Доклады Академии Наук СССР
Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS

МАТЕМАТИКА

М. ЛАВРЕНТЬЕВ

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ОДНОЛИСТНЫХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком Н. Н. Лузиным 1 XII 1934)

В настоящей заметке мы имеем в виду отметить несколько новых результатов, касающихся соответствия границ при конформном отображении.

1. Введем предварительно несколько геометрических понятий. Пусть C есть простая замкнутая аналитическая кривая в плоскости z. Обозначим через $\alpha(t)$ угол, образованный касательной к C в точке t с действительной осью. Обозначим соответственно через $m(C)$ и через $M(C)$ нижнюю и верхнюю границы значений непрерывной функции $\alpha(t)$, когда t описывает в положительном направлении кривую C.*

Пусть D произвольная односвязная область в плоскости z и пусть Γ есть граница D.

Определение 1. Мы скажем, что D (или Γ) принадлежит классу $R(m, M)$, если, какова бы ни была замкнутая область $\overline{D_1}$, $\overline{D_1} \subset D$, всегда существует простая замкнутая аналитическая линия C такая, что: 1) область, ограниченная кривой C, содержит $\overline{D_1}$, 2) $m \leqslant m(C)$, $M \geqslant M(C)$.

Нетрудно убедиться, что всякая выпуклая область принадлежит классу $R(0, 3\pi)$, что всякая звездная область принадлежит классу $R(-\pi, 3\pi)$.

Определение 2. Пусть A есть точка Γ. Мы скажем, что точка A достижима углом, если существует сектор с вершиной в A и принадлежащий D.** Мы скажем, что точка A достижима отрезком, если существует прямолинейный отрезок $\overline{AB}$ с концом A, принадлежащий D.

Применяя теорему Фату о существовании предельных значений функции правильной и ограниченной в единичном круге, нетрудно получить следующий результат.

Теорема 1. Если область D принадлежит классу $R(m, \infty)$, $m > -\infty$, или классу $R(-\infty, M)$, $M < \infty$, то при конформном отображении области D на круг имеем: 1) множеству точек границы D, не достижимых углами, отвечает на окружности множество меры нуль; 2) множеству точек границы D, образующих множество линейной меры нуль, отвечает на окружности множество меры нуль.

Рассматривая области класса $R(m, M)$, $m > -\infty$, $M < \infty$, можно получить следующий более точный результат.

Теорема 2. Пусть Γ есть граница односвязной области D, принадлежащей классу $R(m, M)$, $m > -\infty$, $M < \infty$, и пусть E есть множество точек Γ, которые можно заключить в конечную систему кругов, сумма диаметров которых не больше ε, $\varepsilon > 0$. Если D содержит круг $|z| < 1$, то, при конформном отображении, $w = f(z)$, $f(0) = 0$, D на круг $|w| < 1$,

* За начальное значение $\alpha(t)$ принимается угол, заключенный между 0 и π.
** Это определение принадлежит В. Н. Вениаминову (1).

множеству E отвечает на окружности $|w|=1$ множество ε меры не больше $2\pi\varepsilon^{\delta}$, где δ положительная константа, зависящая только от m и M.*

Мне кажется вероятным, что теорема сохраняет силу, если вместо класса $R(m, M)$ взять класс $R(m, \infty)$, $m > -\infty$.

2. Заметим, что не только теорема 2, но и теорема 1 теряют силу, если вместо класса $R(m, M)$ взять класс $R(-\infty, \infty)$ (совокупность всех односвязных областей).**

Теорема 3. Существует такая область Иордана D_1 и на границе D_1 такое множество E линейной меры нуль, что, при конформном отображении области D_1 на круг, множество E переходит в множество положительной меры.

Теорема 4. Существует такая область Иордана D_2, что, при конформном отображении D_2 на круг, множество точек границы D_2, достижимых отрезками, переходит в множество меры нуль.***

3. Отметим в заключение еще два результата, касающиеся вопроса о соответствии границ в случае, когда Γ есть спрямляемая кривая.

Теорема 5.**** Пусть D содержит круг $|z|<1$ и пусть Γ — граница D — есть спрямляемая кривая длины l. В таком случае, при конформном отображении, $w=f(z)$, $f(0)=0$, D на круг $|w|<1$, множеству E, $\operatorname{mes} E=0$, границы Γ, отвечает на окружности множество $\mathcal{E}$,

$$\operatorname{mes}\varepsilon < \frac{Kl}{|\log\varepsilon|+1},$$

где K есть абсолютная константа.

Теорема 6. Если в условиях теоремы 5 дополнительно допустить, что, какова бы ни была дуга γ, $\gamma \subset \Gamma$, отношение длины γ к ее диаметру не больше p, $p>0$, тогда, при конформном отображении, $w=f(z)$, $f(0)=0$, D на круг множеству E, $\operatorname{mes} E<\varepsilon$, отвечает на окружность множество $\mathcal{E}$,

$$\operatorname{mes}\mathcal{E} < 2\pi\varepsilon^{\delta},$$

где δ зависит только от p.

Институт математики и механики
Московского государственного
университета.

Поступило
1 XII 1934.

MATHÉMATIQUES

SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS DES FONCTIONS UNIVALENTES

Par M. LAVRENTJEV

(*Présenté par N. Lusin, de l'Académie, le 1 XII. 1934*)

Le but de cette Note est d'indiquer quelques résultats sur la correspondance des frontières dans la représentation conforme d'un domaine simplement connexe sur un cercle.

1. Introduisons quelques définitions géométriques. Soit C une courbe simple, fermée et analytique, contenue dans le plan $z=x+iy$, t étant un point quelconque de C, désignons par $\alpha(t)$ l'angle formé par l'axe réel et la

* Множество E имеет линейную меру нуль, если, каково бы ни было число η, $\eta>0$, существует конечная система кругов, покрывающих E, с суммой диаметров, равной η.

** Невозможность этого обобщения для второй части теоремы 1 была указана В. Н. Вениаминовым (2).

*** Проблема о существовании области D_2 была поставлена акад. Н. Н. Лузиным.

**** Это предложение является обобщением одной теоремы акад. Н. Н. Лузина-И. И. Привалова: если $\operatorname{mes} E=0$, то $\operatorname{mes}\mathcal{E}=0$.

tangente T de C menée par le point t. Désignons par $m(C)$ et $M(C)$ respectivement la borne inférieure et la borne supérieure des valeurs de la fonction continue $\alpha(t)$ quand t décrit C dans le sens positif.*

Soit D un domaine simplement connexe et soit Γ la frontière de D.

Définition 1. Nous disons que Γ (ou D) appartient à la classe $R(m, M)$ si, quel que soit le domaine fermé $\overline{D_1}$, $\overline{D_1} \subset D$, il existe une courbe simple fermée analytique C, telle que 1) le domaine limité par C contienne D_1, 2) $m \leqslant m(C)$, $M \geqslant M(C)$.

Il est facile de voir que chaque domaine convexe appartient à la classe $R(0, 3\pi)$ et que chaque domaine étoilé appartienne à la classe $R(-\pi, 3\pi)$.

Définition 2. Nous disons que le point A de Γ est atteint par un angle s'il existe un secteur contenu dans D et dont le sommet soit au point A.**

Nous disons que le point A est atteint par un segment, s'il existe un point B tel que l'intervalle $|\overline{AB}|$ appartienne à D.

En appliquant le théorème connu de Fatou sur l'existence des valeurs limites d'une fonction quelconque régulière et bornée dans le cercle unité, il est facile de démontrer la proposition suivante:

Théorème 1. Si la frontière Γ d'un domaine simplement connexe D appartient à la classe $R(m, \infty)$, $m > -\infty$, alors dans la représentation conforme de D sur un cercle: 1) à l'ensemble des points de Γ qui ne sont pas atteints par des angles, il correspond sur la circonférence un ensemble de mesure nulle, 2) à l'ensemble des points de Γ qui forment un ensemble de mesure linéaire nulle, il correspond sur la circonférence un ensemble de mesure nulle.

En considérant des domaines de la classe $R(m, M)$, $m > -\infty$, $M < \infty$, on peut obtenir une proposition plus précise.

Théorème 2. Si Γ appartient à la classe $R(m, M)$, si D contient le cercle $|z| < 1$ et si la mesure linéaire d'un ensemble E de Γ est plus petite que ε,*** $\varepsilon > 0$, alors dans la représentation conforme $w = f(z)$, $f(0) = 0$, du domaine D sur le cercle $|w| < 1$ à l'ensemble E il correspond sur la circonférence $|w| = 1$ un ensemble de mesure plus petite que $2\pi\varepsilon^{\delta}$ où δ ne dépend que de m et M, $0 < \delta$.

2. Remarquons qu'on ne peut pas généraliser le théorème 1 ni, *a fortiori*, le théorème 2, en remplaçant la classe $R(m, M)$ par la classe $R(-\infty, \infty)$ (tous les domaines étant simplement connexes).****

Théorème 3. Il existe un domaine Jordanien D_1 et un ensemble E de mesure linéaire nulle, appartenant à la frontière de D_1, tels que dans la représentation conforme de D_1 sur un cercle à l'ensemble E il corresponde un ensemble de mesure positive.

Théorème 4. Il existe un domaine Jordanien D_2 tel que dans la représentation conforme de D_2 sur un cercle à l'ensemble des points qui sont atteints par les segments, il corresponde sur la circonférence un ensemble de mesure nulle.*****

* Pour la valeur initiale de $\alpha(t)$ on prend l'angle qui est compris entre 0 et π.

** Cette définition appartient a V. Veniaminoff (1).

*** La mesure linéaire de E est plus petite que ε s'il existe un ensemble fini de cercles $\{c_k\}$ tels que 1) chaque point de E appartienne à c_k, 2) la somme des diamètres des c_k soit plus petite que ε. L'ensemble E a la mesure linéaire nulle, si quel que soit ε, $\varepsilon > 0$, la mesure linéaire de E est plus petite que ε.

**** L'impossibilité de cette généralisation pour la deuxième partie du théorème 1 à été indiquée par V. Veniaminoff (2).

***** Le problème de l'existence du domaine D_2 à été posé par N. Lusin.

3. En considérant, au lieu des classes $R(m, M)$, des domaines bornés par des courbes rectifiables on peut obtenir des théorèmes analogues au théorème 2.

Théorème 5.* Si D contient le cercle $|z|<1$ et Γ est une courbe rectifiable, dont la longueur ne dépasse pas l, alors dans la représentation conforme $w=f(z)$, $f(0)=0$ de D sur le cercle $|w|<1$ à l'ensemble E de Γ, mes $E\leqslant\varepsilon$ il correspond sur $|w|=1$ un ensemble $\mathcal{E}$,

$$\text{mes } \mathcal{E}<\frac{Kl}{|\log\varepsilon|+1},$$

où K est une constante absolue.

Théorème 6. Si dans les conditions du théorème 5 nous supposons d'ailleurs que quel que soit l'arc γ de Γ le rapport de la longueur de cet arc à son diamètre est inférieur à p, $p>0$, alors dans la représentation conforme $w=f(z)$, $f(0)=0$ de D sur le cercle $|w|<1$ à l'ensemble E de Γ, mes $E\leqslant\varepsilon$ il correspond sur $|w|=1$ un ensemble $\mathcal{E}$,

$$\text{mes } \mathcal{E}<2\pi\varepsilon^{\delta},$$

où δ ne dépend que de p.

Institut de Mathématiques et de Mécanique
de l'Université Moscou.

Manuscrit reçu
le 1. XII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

[1] V. Veniaminoff. C. R., t. 180, p. 114. [2] Ibidem, p. 115.

МАТЕМАТИКА

О. К. ЖИТОМИРСКИЙ

О КЛАССИФИКАЦИИ КУБИЧЕСКИХ ФОРМ

(*Представлено академиком И. М. Виноградовым 2 XII 1934*)

Результаты Эйзенштейна (1) и Арндта (2) относительно связи задачи классификации кубических форм с задачей утроения квадратичных форм могут быть получены методами геометрии чисел. Арифметическая и алгебраическая природа вопроса выясняется при этом гораздо глубже, чем с помощью элементарных методов.

§ 1. Класс φ кубических форм.

$$f(X, Y)=a_0X^3+a_1X^2Y+a_2XY^2+a_3Y^3$$

с целыми рациональными коэффициентами и отличным от нуля дискриминантом d может быть представлен геометрически следующим образом. Выберем из класса φ такую форму $f(X, Y)$, для которой $a_0\neq0$, $a_3\neq0$. Пусть будут α, β, γ корни уравнения $f(U, 1)=0$ в каком-нибудь определенном порядке. Положим

$$x_1=a_0\alpha,\quad y_1=a_0\beta,\quad z_1=a_0\gamma;\quad x_2=-a_3:\alpha,\quad y_2=-a_3:\beta,\quad z_2=-a_3:\gamma;$$
$$x=x_1X+x_2Y+Z,\qquad y=y_1X+y_2Y+Z,\qquad z=z_1X+z_2Y+Z,$$

где X, Y, Z — всевозможные целые рациональные числа. Совокупность точек (x, y, z) образует тогда трехмерное кольцо A, если за определение сложения и умножения точек примем формулы

$$(x, y, z)+(x', y', z')=(x+x', y+y', z+z');$$
$$(x, y, z)\,(x', y', z')=(xx', yy', zz').$$

* Cette proposition est une généralisation d'un théorème de N. Lusin et J. Privalov si mes $E=0$ alors mes $\mathcal{E}=0$.

При соблюдении надлежащего порядка корней α, β, γ это кольцо не зависит от выбора формы $f(X, Y)$ в классе φ. Обратно, всякому трехмерному кольцу A соответствует один и только один класс φ кубических форм $f(X, Y)$ с целыми рациональными коэффициентами и отличным от нуля дискриминантом, из которого это кольцо может быть получено указанным способом. Эти результаты были уже получены Б. Н. Делоне [3] при несколько более узких предположениях, выбранных в соответствии с решаемой им задачей.

§ 2. При $d<0$ точки кольца A вещественные; в зависимости от порядка корней α, β, γ классу φ соответствуют шесть колец $A, A', A'', \overline{A}, \overline{A'}, \overline{A''}$, соответственные точки которых суть соответственно

$$(x, y, z), \quad (y, z, x), \quad (z, x, y), \quad (x, z, y), \quad (y, x, z), \quad (z, y, x).$$

Эти кольца меняются местами при поворотах на 120° вокруг прямой $x=y=z$ и при симметриях относительно плоскостей $x=y$, $y=z$, $z=x$. При $d>0$ точки колец A мнимые, за исключением точек на прямой $x=y=z$. Условимся принимать за α вещественный корень. Тогда классу φ будут соответствовать два кольца A, $\overline{A}$. Заменяя точки (x, y, z) этих колец точками $\left(x, \frac{1}{2}(x+z), \quad \frac{1}{2i}(y-z)\right)$, превратим их в вещественные кольца (по отношению к тому же правилу сложения и надлежаще видоизмененному правилу умножения). После этого кольца A, $\overline{A}$ будут симметричны относительно плоскости $z=0$.

Каждому выбору формы $f(X, Y)$ в классе φ соответствует определенный базис каждого из колец A. При этом ориентировка базиса зависит от выбора формы. Если эту ориентировку фиксировать, то классу φ будет соответствовать при $d<0$ только три кольца A, A', A'', а при $d>0$ только одно кольцо A.

§ 3. Мы ограничимся рассмотрением форм вида

$$f(X, Y)=a_0 X^3+3a_1 X^2 Y+3a_2 XY^2+a_3 Y^3.$$

Тогда кольцо A распадается на решетки, расположенные в плоскостях $x+y+z=3n$ (при $d<0$) или $x+2y=3n$ (при $d>0$), где $n=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

Решетка R в плоскости $x+y+z=0$ (или $x+2y=0$) есть проекция всего кольца A параллельно прямой $x=y=z$ (или $x=y$, $z=0$), а кольцо A есть совокупность проекций решетки R на все плоскости $x+y+z=3n$ (или $x+2y=3n$).

Так как теперь (в случае $d<0$) кольца A, A', A'' симметричны относительно прямой $x=y=z$, то они меняются местами уже при поворотах на 60° вокруг этой прямой.

§ 4. Наряду с формой f будем рассматривать ее коварианты

$$F=b_0 X^2+b_1 XY+b_2 Y^2, \quad Q=c_0 X^3+3c_1 X^2 Y+3c_2 XY^2+c_3 Y^3$$
$$(b_0=a_1^2-a_0 a_2,\ b_1=a_1 a_2-a_0 a_3,\ b_2=a_2^2-a_1 a_3;$$
$$c_0=-a_0 b_1+2a_1 b_0,\ c_1=a_1 b_1-2a_0 b_2,\ c_2=-a_2 b_1+2a_3 b_0,$$
$$c_3=a_3 b_1-2a_2 b_2)$$

и общий дискриминант $D=\frac{1}{27}d=b_1^2-4b_0 b_2$ форм f и F. Если $\sigma>0$ делитель формы F, то D делится на σ^2, и c_i делятся на σ. Кроме того, если форма $F'=\sigma^{-1} F$ первого рода, то коэффициенты $c_i'=\sigma^{-1} c_i$ формы

$Q' = \sigma^{-1} Q$ четные, если же форма F' второго рода, то коэффициенты $c_i' - a_i$ формы $Q' - f$ четные.

§ 5. Каждой точке M кольца A соответствуют определенные значения переменных X, Y, Z и x, y, z. Введем еще переменные

$$\xi = \frac{1}{3}(x + \varepsilon y + \varepsilon^2 z) = \xi_1 X + \xi_2 Y, \quad \eta = \frac{1}{3}(x + \varepsilon^2 y + \varepsilon z) = \eta_1 X + \eta_2 Y$$

$$\left(\varepsilon = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right).$$

В этих переменных имеем:

$$f = \frac{1}{\sqrt{D}}(\xi^3 - \eta^3), \; F = \xi\eta, \; Q = \xi^3 + \eta^3, \; D = (\xi_1 \eta_2 - \xi_2 \eta_1)^2 \; (\sqrt{D} = \xi_1 \eta_2 - \xi_2 \eta_1).$$

Геометрическое значение этих переменных следующее: если $D < 0$, то при надлежащем выборе прямоугольных координат на плоскости $x + y + z = 0$ комплексное число ξ изображается в обычном смысле проекцией N точки M на эту плоскость по направлению прямой $x = y = z$; η есть сопряженное комплексное число. Если $D > 0$, то $\xi\eta$ можно рассматривать как координаты проекции N точки M на плоскости $x + 2y = 0$ по направлению прямой $x = y$, $z = 0$ относительно надлежаще выбранной косоугольной системой осей. Выражение $F = \xi\eta$ показывает, что решетку R в плоскости $x + y + z = 0$ (или $x + 2y = 0$) можно рассматривать как изображение по Клейну (4) квадратичной формы F; та же решетка изображает весь класс Φ, представляемый формой F.

§ 6. Утраивая решетку R по Клейну, получим решетку R_3, минимальными координатами которой будут выражения вида $\xi_3 = \Sigma\xi\xi'\xi''$, $\eta_3 = \Sigma\eta\eta'\eta''$ для всевозможных групп троек точек N, N', N'' решетки R. Заменяя в тождествах

$$\sigma^{-1}\xi^3 = \frac{1}{2}Q' + \frac{1}{2}\sqrt{D'}f, \; \sigma^{-1}\eta^3 = \frac{1}{2}Q' = \frac{1}{2}\sqrt{D'}f \; (\sqrt{D'} = \sigma^{-1}(\xi_1\eta_2 - \xi_2\eta_1))$$

всюду X^3, $3X^2Y$, $3XY^2$, Y^3 соответственно на $XX'X''$, $YX'X'' + XY'X'' + XX'Y''$, $XY'Y'' + YX'Y'' + YY'X''$, $YY'Y''$, получим тождества:

$$\sigma^{-1}\xi\xi'\xi'' = \frac{1}{2}\overline{Q}' + \frac{1}{2}\sqrt{D'}\,\overline{f}, \; \sigma^{-1}\eta\eta'\eta'' = \frac{1}{2}\overline{Q}' - \sqrt{D'}\,\overline{f}$$

или в другой форме:

$$\sigma^{-1}\xi\xi'\xi'' = \frac{1}{2}(\overline{Q}' - \overline{f}) + \frac{1}{2}(1 + \sqrt{D'})\,\overline{f}, \; \sigma^{-1}\eta\eta'\eta'' = \frac{1}{2}(\overline{Q}' - \overline{f}) + \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{D'}\right)\overline{f},$$

где $\overline{Q}'$, $\overline{f}$ — трилинейные формы, получающиеся из кубических форм Q', f вышеуказанной поляризацией. Эти тождества показывают, как при $D' \equiv 0$, так и при $D' \equiv 1 \pmod 4$, что сила $\sigma^{-1}\xi\xi'\xi''$, $\sigma^{-1}\eta\eta'\eta''$ суть сопряженные числа квадратичного кольца дискриминанта D' (или целые рациональные числа, если D' квадратное число). То же относится и к числам $\sigma^{-1}\xi_3$, $\sigma^{-1}\eta_3$. Таким образом, не только решетка R_3, но и гомотетично уменьшенная решетка $\sigma^{-1}R_3$ входят в главную решетку P дискриминанта D'.

§ 7. Так как решетка $\sigma^{-1}R_3$ в σ раз реже решетки P, то легко видеть, что решетка σP входит в решетку $\sigma^{-1}R_3$. Поэтому решетка $\sigma^{-1}R_3$ содержит точку $\xi = \eta = \sigma$. Отсюда следует, что решетка $R_3' = \sigma^{-\frac{3}{2}} R_3$ (получаемая утроением решетки $R' = \sigma^{-\frac{1}{2}} R$ класса Φ' первообразных форм $F' = \sigma^{-1}F$) содержит точку $\xi = \eta = \sqrt{\sigma}$. Это возможно лишь в случае, когда класс Φ' способен представлять число σ.

§ 8. Обратно, если класс квадратичных форм Φ таков, что класс Φ' способен представлять число σ, то положение решетки R' всегда можно

выбрать так, чтобы некоторая точка решетки R_3' совпала с точкой $\xi=\eta=\sqrt{\sigma}$. Выбрав после этого в классе Φ такую форму $F=(\xi_1 X+\xi_2 Y)(\eta_1 X+\eta_2 Y)$, чтобы в кубической форме $f=\frac{1}{\sqrt{D}}\{(\xi_1 X+\xi_2 Y)^3-(\eta_1 X+\eta_2 Y)^3\}$ крайние коэффициенты были отличны от нуля, легко убедиться, пользуясь формулой

$$\frac{1}{\sqrt{D}}(\xi\xi'\xi''-\eta\eta'\eta'')=\frac{1}{\sqrt{D'}}(\sigma^{-1}\xi\xi'\xi''-\sigma^{-1}\eta\eta'\eta''),$$

что коэффициенты формы f целые рациональные. Если примем за α, β, γ соответственно корни $X:Y$ линейных множителей $\xi-\eta, \varepsilon\xi-\eta, \varepsilon^2\xi-\eta$, формы f, то получим кольцо A, проекцией которой будет как раз данная решетка R.

§ 9. Исходя из произвольного положения решетки R', ее можно привести в надлежащее положение поворотом (обыкновенным или гиперболическим), совмещающим какую-нибудь точку S решетки R_3' на расстоянии (обыкновенном или гиперболическом) $\sqrt{\sigma}$ от начала с точкой $\xi=\eta=\sqrt{\sigma}$. Точки S распадаются на группы точек, гомологичных по отношению к поворотам, совмещающим решетку R_3' с самою собой. Углы поворота образуют арифметическую прогрессию, разность которой φ_0 равна $\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}(t_0+u_0\sqrt{D'})$ (при $D<0$) или $\log\frac{1}{2}(t_0+u_0\sqrt{D'})$ (при $D>0$), где t_0, u_0 — основное решение уравнения $t^2-u^2-D'=4$. Соответственные углы поворота для решетки R' образуют арифметическую прогрессию с разностью $\frac{1}{3}\varphi_0$. Если D' квадратное число, то $\varphi_0=0$, и группе гомологичных точек S соответствует одно положение решетки R' и следовательно один класс φ. Если $D'>0$ и не квадрат, то имеем три положения решетки R и три класса φ. Если $D'<-3$, то $\frac{1}{3}\varphi_0=\frac{1}{3}\pi$; группе точек S соответствуют три положения решетки R' и три кольца A, A', A'', но только один класс φ. Принимая во внимание особые автоморфизмы решеток R', R_3' при $D'=-3$ и -1, найдем в первом случае три, а во втором один класс φ, соответственно каждой группе представлений числа σ классом Φ'.

Научно-исследовательский институт
математики и механики
Ленинградского государственного университета
им. А. С. Бубнова.

Поступило
2 XII 1934.

MATHÉMATIQUES

SUR LA CLASSIFICATION DES FORMES CUBIQUES

Par O. ŽITOMIRSKIJ

(*Présenté par I. Vinogradow, de l'Académie, le 2. XII. 1934*)

Les résultats de Eisenstein (1) et de Arndt (2) concernant les rapports reliant le problème de la classification des formes cubiques à celui de la triplication des formes quadratiques peuvent être déduits au moyen des méthodes de la géometrie des nombres qui projette une vive lumière sur la nature arith-métique et algébrique de ces résultats.

§ 1. Une classe φ de formes cubiques

$$f(X, Y)=a_0 X^3+\alpha_1 X^2 Y+a_2 XY^2+a_3 Y^3$$

à coefficients entiers et rationnels et à discriminant d différent de zéro peut être représentée géométriquement de la manière suivante. Dans la

classe φ choisissons une forme $f(X, Y)$ pour laquelle $a_0 \neq 0$, $a_3 \neq 0$. Soient α, β, γ les racines de l'équation $f(U, 1) = 0$ dans un ordre fixe quelconque. Posons

$$x_1 = a_0\alpha,\ y_1 = a_0\beta,\ z_1 = a_0\gamma;\ x_2 = -a_3 : \alpha,\ y_2 = -a_3 : \beta,\ z_2 = -a_3 : \gamma,$$
$$x = x_1 X + x_2 Y + Z,\ y = y_1 X + y_2 Y + Z,\ z = z_1 X + z_2 Y + Z,$$

où X, Y, Z prennent toutes les valeurs entières et rationnelles possibles. Les points (x, y, z) forment alors un anneau A à trois dimensions, si l'on prend les formules

$$(x, y, z) + (x', y', z') = (x + x', y + y', z + z'),$$
$$(x, y, z)\ (x', y', z') = (xx', yy', zz')$$

pour définition de l'addition et de la multiplication des points. Cet anneau ne dépend pas du choix de la forme $f(X, Y)$ dans la classe φ, pourvu qu'on prenne les racines α, β, γ dans un ordre convenable. Réciproquement, il existe une classe unique φ de formes cubiques $f(X, Y)$ à coefficients entiers et rationnels et à discriminant différent de zéro dont un anneau donné à trois dimensions puisse être déduit par le procédé ci-dessus. Ces résultats ont déjà été obtenus par B. Delaunay [3], avec quelques restrictions dictées par la nature du problème dont il s'occupe.

§ 2. Pour $d < 0$ les points de l'anneau A sont réels; suivant l'ordre des racines α, β, γ, il correspond à la classe φ six anneaux $A, A', A'', \overline{A}, \overline{A'}, \overline{A''}$ dont les points correspondants sont respectivement

$$(x, y, z),\ (y, z, x),\ (z, x, y),\ (x, z, y),\ (y, x, z),\ (z, y, x).$$

Ces anneaux se permutent lorsqu'on les soumet à des rotations de 120° autour de la droite $x = y = z$ ou à des symétries par rapport aux plans $x = y$, $y = z$, $z = x$. Pour $d > 0$ les points des anneaux A sont imaginaires, à l'exception de ceux qui sont situés sur la droite $x = y = z$. Convenons de prendre pour α la racine réelle. Il ne correspondra alors à la classe φ que deux anneaux A, $\overline{A}$. En remplaçant les points (x, y, z) de ces anneaux par les points $\left(x, \frac{1}{2}(y + z), \frac{1}{2i}(y - z)\right)$ nous transformerons ces anneaux en anneaux réels (par rapport à la même règle d'addition et à une règle de multiplication convenablement modifiée). Les anneaux A, $\overline{A}$ obtenus seront symétriques par rapport au plan $z = 0$.

A tout choix de la forme $f(X, Y)$ dans la classe φ il correspond une base déterminée de chacun des anneaux A. L'orientation de la base ne dépend pas du choix de la forme. Fixons cette orientation; il ne correspondra alors à la classe φ que trois anneaux A, A', A'' pour $d < 0$ et qu'un seul anneau A pour $d > 0$.

§ 3. Nous nous bornerons dans la suite au cas des formes

$$f(X, Y) = a_0 X^3 + 3a_1 X^2 Y + 3a_2 XY^2 + a_3 Y^3.$$

Dans ce cas l'anneau A se compose des réseaux situés dans les plans $x + y + z = 3n$ (pour $d < 0$) ou $x + 2y = 3n$ (pour $d > 0$), où $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Le réseau R du plan $x + y + z = 0$ (ou $x + 2y = 0$) est la projection de tout l'anneau A faite parallèlement à la droite $x = y = z$ (ou $x = y$, $z = 0$); l'anneau A est l'ensemble des projections du réseau R sur tous les plans $x + y + z = 3n$ (ou $x + 2y = 3n$).

Les anneaux A, A', A'' du cas $d < 0$ étant maintenant symétriques par rapport à la droite $x = y = z$ ils se permutent déjà lorsqu'on les soumet à des rotations de 60° seulement autour de cette droite.

§ 4. En même temps que la forme f nous allons considérer ses covariants

$$F = b_0 Y^2 + b_1 XY + b_2 Y^2, \quad Q = c_0 X^3 + 3c_1 X^2 Y + 3c_2 XY^2 + c_3 Y^3$$

$$(b_0 = a_1^2 - a_0 a_2,\ b_1 = a_1 a_2 = a_0 a_3,\ b_2 = a_2^2 = a_1 a_3;$$

$$c_0 = -a_0 b_1 + 2a_1 b_0,\ c_1 = a_1 b_1 = 2a_0 b_2,\ c_2 = -a_2 b_1 + 2a_3 b_0,\ c_3 = a_3 b_1 - 2a_2 b_2)$$

et le discriminant commun $D = \frac{1}{27} d = b_1^2 - 4b_0 b_2$ des formes f et F. Soit $\sigma > 0$ un diviseur de la forme F; alors D est divisible par σ^2 et les c_i le sont par σ. Si la forme $F' = \sigma^{-1} F$ est de première espèce, les coefficients $c'_i = \sigma^{-1} c_i$ de la forme $Q' = \sigma^{-1} Q$ sont pairs; si la forme F' est de seconde espèce, les coefficients $c'_i - a_i$ de la forme $Q' - f$ sont pairs.

§ 5. A tout point M de l'anneau A il correspond des valeurs déterminées des variables X, Y, Z et x, y, z.

Introduisons encore les variables

$$\xi = \frac{1}{3}(x + \varepsilon y + \varepsilon^2 z) = \xi_1 X + \xi_2 Y,\ \eta = \frac{1}{3}(x + \varepsilon^2 y + \varepsilon z) = \eta_1 X + \eta_2 Y$$

$$\left(\varepsilon = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right).$$

On aura alors

$$f = \frac{1}{\sqrt{D}}(\xi^3 - \eta^3),\ F = \xi\eta,\ Q = \xi^3 + \eta^3,\ D = (\xi_1 \eta_2 - \xi_2 \eta_1)^2 (\sqrt{D} = \xi_1 \eta_2 - \xi_2 \eta_1).$$

Ces variables ont la signification géométrique suivante. Dans le cas de $D < 0$, un système d'axes rectangulaires convenable étant choisi dans le plan $x + y + z = 0$, le nombre (complexe) ξ est représenté au sens ordinaire par le point N du réseau R qui est la projection du point M. Dans le cas de $D > 0$ on peut considérer les nombres (réels) ξ, η comme les coordonnées par rapport à un système d'axes obliques convenable dans le plan $x + 2y = 0$ du point N du réseau R qui est la projection du point M. L'expression $F = \xi\eta$ montre que le réseau R peut être considéré comme la représentation d'après Klein (4) de la forme quadratique F; le même réseau, représente la classe entière Φ dont F est une forme représentante.

§ 6. En triplifiant le réseau R d'après Klein on obtient le réseau R_3 dont les coordonnées minima sont les valeurs des expressions de la forme $\xi_3 = \Sigma \xi\xi'\xi''$, $\eta_3 = \Sigma \eta\eta'\eta''$ pour tous les groupes de termes des points N, N', N'' du réseau R. En remplaçant X^3, $3X^2 Y$, $3XY^2$, Y^3 respectivement par $XX'X''$, $YXX' + XY'X'' + XX'Y''$, $XYY' + YX'Y'' + YY'X''$, $YY'Y''$ dans les identités

$$\sigma^{-1}\xi^3 = \frac{1}{2}Q' + \frac{1}{2}\sqrt{D'}f,\ \sigma^{-1}\eta^3 = \frac{1}{2}Q' - \frac{1}{2}\sqrt{D'}f\ (\sqrt{D'} = \sigma^{-1}(\xi_1\eta_2 = \xi_2\eta_1))$$

on obtient les identités

$$\sigma^{-1}\xi\xi'\xi'' = \frac{1}{2}\overline{Q'} + \frac{1}{2}\sqrt{D'}\,\overline{f},\ \sigma^{-1}\eta\eta'\eta'' = \frac{1}{2}\overline{Q'} - \frac{1}{2}\sqrt{D'}\,\overline{f},$$

ou sous une autre forme,

$$\sigma^{-1}\xi\xi'\xi'' = \frac{1}{2}(\overline{Q'} - \overline{f}) + \frac{1}{2}(1 + \sqrt{D'})\,\overline{f},\ \sigma^{-1}\eta\eta'\eta'' = \frac{1}{2}(\overline{Q'} - \overline{f}) + \frac{1}{2}(1 - \sqrt{D'})\overline{f},$$

où Q', f sont les formes trilinéaires provenant des formes cubiques Q', f par la polarisation sus-indiquée. Ces identités montrent, dans le cas de $D' \equiv 0$ ainsi que dans celui de $D' \equiv 1 \pmod 4$, que les nombres $\sigma^{-1}\xi\xi'\xi''$, $\sigma^{-1}\eta\eta'\eta''$ sont des nombres conjugués de l'anneau quadratique du discriminant D' (ou des nombres entiers et rationnels, si D' est un carré). Il en est de même des nombres $\sigma^{-1}\xi_3$, $\sigma^{-1}\eta_3$. Par conséquent, non seulement le réseau

R_3, mais encore le réseau homothétique $\sigma^{-1} R_3$ est contenu dans le réseau principal P du discriminant D'.

§ 7. La densité du réseau $\sigma^{-1} R_3$ étant σ fois plus petite que celle du réseau P, on vérifie sans peine que le réseau σP est contenu dans le réseau $\sigma^{-1} R_3$. Il suit de là que le réseau $\sigma^{-1} R_3$ contient le point $\xi = \eta = \sigma$. Par conséquent, le réseau $R_3' = \sigma^{-\frac{3}{2}} R_3$ (qu'on obtient en triplifiant le réseau $R' = \sigma^{-\frac{1}{2}} R$ qui représente la classe Φ' des formes primitives $F' = \sigma^{-1} F$) contient le point $\xi = \eta = \sqrt{\sigma}$. Cela n'est possible que dans le cas où le nombre σ est représentable par la classe Φ'.

§ 8. Réciproquement, si une classe Φ de formes quadratiques est telle, que le nombre σ est représentable par la classe Φ', il est toujours possible de choisir la position du réseau R' de telle façon qu'un point du réseau R_3' coïncide avec le point $\xi = \eta = \sqrt{\sigma}$. Ceci fait, soit $F = (\xi_1 X + \xi_2 Y)$ $(\eta_1 X + \eta_2 Y)$ une forme de la classe Φ telle que les coefficients a_0, a_3 de la forme cubique $f = \{(\xi_1 X + \xi_2 Y)^3 - (\eta_1 X + \eta_2 Y)^3\}$ soient différents de zéro. Au moyen de la formule

$$\frac{1}{\sqrt{D}} (\xi\xi'\xi'' - \eta\eta'\eta'') = \frac{1}{\sqrt{D'}} (\sigma^{-1}\xi\xi'\xi'' = \sigma^{-1}\eta\eta'\eta'')$$

on vérifie aisément que les coefficients de la forme f sont entiers et rationnels. Si l'on prend pour α, β, γ respectivement les racines $X : Y$ des facteurs linéaires $\xi - \eta$, $\varepsilon\xi - \eta$, $\varepsilon^2\xi - \eta$ de la forme f, on obtient l'anneau A, dont la projection est précisément le réseau donné R.

§ 9. En partant d'une position arbitraire du réseau R' on lui donne la position nécessaire au moyen d'une rotation (ordinaire ou hyperbolique), qui amène un point S du réseau R_3' à la distance (ordinaire ou hyperbolique) $\sqrt{\sigma}$ de l'origine à coïncider avec le point $\xi = \eta = \sqrt{\sigma}$. L'ensemble des points S se compose de plusieurs groupes de points homologues par rapport aux rotations qui amènent le réseau R'_3 à coïncider avec lui-même. Les angles de rotation forment une progression arithmétique dont la différence φ_0 est égale à $\frac{1}{2} \log \frac{1}{2}(t_0 + u_0\sqrt{D'})$ (pour $D < 0$) ou à $\log \frac{1}{2}(t_0 + u_0\sqrt{D'})$ (pour $D > 0$), t_0, u_0 étant la solution fondamentale de l'équation $t^2 - u^2 D' = 4$. Les angles de rotation correspondants du réseau R' forment une progression arithmétique dont la différence est $\frac{1}{3}\varphi_0$. Dans le cas où D' est un carré, il ne correspond à un groupe de points homologues S qu'une seule position du réseau R' et par conséquent une classe unique φ, car dans ce cas $\varphi_0 = 0$. Pour $D' > 0$ et non carré on a trois positions distinctes du réseau R' et trois classes φ. Dans le cas $D' < -3$ on a $\frac{1}{3}\varphi_0 = \frac{1}{3}\pi$; il y a trois positions distinctes du réseau R', mais les trois anneaux A, A', A'' correspondants déterminent une même classe φ. En tenant compte des automorphismes spéciaux des réseaux R' et R_3' dans les cas $D' = -3$ et -1 on trouve trois classes φ dans le premier cas et une seule classe φ dans le second cas pour chacun des groupes de représentations du nombre σ par la classe Φ'.

Institut de Mathématiques
et de Mécanique de l'Université.
Leningrad.

Manuscrit reçu
le 2. XII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

[1] Eisenstein. Journal de Crelle, t. 27. [2] Arndt. Journal de Crelle, t. 53. [3] B. Delaunay. Journal de la Société Physico-Mathématique de Leningrad, t. I, fasc. 1. [4] Klein Vorlesungen über ausgewählte Kapitel der Zahlentheorie, T. 1 et 2, Göttingen, 1896 et 1897.

АСТРОНОМИЯ

А. А. ИВАНОВ

член-корреспондент Академии Наук СССР

ВОЗМУЩЕНИЯ В ДВИЖЕНИИ МАЛОЙ ПЛАНЕТЫ (122) ГЕРДЫ ЗА ПЕРИОД 1904—1935 ГГ. И ЭФЕМЕРИДА ПЛАНЕТЫ ДЛЯ ОППОЗИЦИИ 1935 Г.

В моих предыдущих работах ([1, 2, 3]) даны возмущения элементов малой планеты (122) Герды от Марса, Юпитера и Сатурна за период с 1872 г., т. е. с момента открытия этой планеты, до 1904 г. В работе ([4]) из совокупности всех наблюдений, произведенных над планетой Гердой в течение 13 оппозиций с 1872 до 1904 г., выведены вероятнейшие элементы планеты, весьма хорошо удовлетворяющие этим наблюдениям. С этими улучшенными элементами продолжалось определение возмущений элементов Герды от тех же трех больших планет после 1904 г. В настоящее время эта большая работа доведена до 1935 г.; в табл. 1 я привожу возмущения элементов по отдельным периодам, причем обозначения мною приняты согласно стандарту ([5]). Начальный срок вычисления возмущений есть 1904 янв. 24.0 среднего берлинского времени. В столбце „Период" даются конечные сроки каждого периода. До 1915 года принято среднее берлинское время, с 1916 до 1926 — среднее гриничское время и с 1927 — мировое время. В первом столбце табл. 1 буквы J, S, M означают Юпитер, Сатурн, Марс.

Все вычисления возмущений производились по способу изменения постоянных произвольных.

Несмотря на то, что после 1904 г. элементы планеты Герды новому улучшению не подвергались, наблюдения ими представляются для практических целей вполне удовлетворительно, как это усматривается из работы ([5]), в которой дано сравнение с наблюдениями для 6 оппозиций с 1905 до 1911 г., и из табл. 2 настоящей работы, где даны разности в прямом восхождении α и в склонении δ в смысле наблюдение минус вычисление.

С 1929 г. в моем распоряжении были лишь приближенные наблюденные положения, полученные при помощи фотографии. Табл. 2 показывает, что найденные мною элементы подлежат дальнейшему улучшению из совокупности всех наблюдений с 1872 г. до 1934 г., но, несомненно, они являются уже весьма удовлетворительными для практических целей, так как на тридцать лет вперед без нового улучшения лишь с учетом возмущений дают полную возможность с легкостью отыскивать планету.

Таблица 1 — Table 1

Пертурбации Perturbations	$\delta_1 M$	$\delta_1 i$	$\delta_1 \Omega$	$\delta_1 \omega$	$\delta_1 \varphi$	$\delta_1 n$	Период Période
J	+25′ 0″51	+0″63	—16″51	—27′41″25	+1′ 4″09	—0″48833	1905 Апр. 8.0 Avr. 8.0
S	+ 24.44	+0.13	— 2.15	— 26.81	— 3.93	+0.01074	
M	— 1.62	0.00	+ 0.07	+ 1.83	+ 0.31	—0.00157	
J	+11 18.80	—0.22	—27.95	—13 34.22	+ 59.87	—0.06546	1906 Июль 12.0 Juillet 12.0
S	— 0.60	+0.05	+ 0.53	+ 7.86	— 3.81	+0.00490	
M	+ 4.10	0.00	+ 0.05	— 3.54	— 0.16	+0.00214	
J	+12 35.42	+1.35	—44.28	—12 17.31	+1 17.62	+0.32419	1907 Сент. 5.0 Sept. 5.0
S	— 3 59.41	+0.42	—10.54	+ 3 51.98	— 3.00	—0.04725	
M	— 6.13	0.00	— 0.09	+ 5.86	— 0.24	—0.00214	
J	— 3 35.76	+1.71	+22.66	+ 4 54.12	—1 40.37	+0.43613	1908 Ноябрь 18.0 Nov. 18.0
S	— 3 25.45	+0.67	+ 7.50	+ 3 9.47	+ 9.07	+0.04241	
M	+ 3.04	0.00	+ 0.19	— 2.41	+ 0.32	+0.00173	
J	+ 2 1.61	+0.28	+ 6.20	— 0.07	+1 5.39	+0.00177	1910 Февр. 1.0 Févr. 1.0
S	— 13.41	+0.04	+ 1.82	+ 21.15	+ 4.44	+0.00731	
M	+ 3.74	0.00	— 0.51	— 3.81	— 0.03	—0.00132	
J	+46 5.24	+2.91	— 4.37	—54 24.06	+4 55.09	—1.41102	1911 Май 7.0 Mai 7.0
S	+ 1 5.91	+0.11	— 0.19	— 1 16.54	+ 4.53	—0.02474	
M	— 6.40	0.00	+ 0.11	+ 7.27	+ 0.06	+0.00045	
J	+2°6′4″88	+42.15	—2′ 19″36	—2°5′9″77	— 0.22	+1.46694	1912 Авг. 9.0 Août 9.0
S	+ 1′47″00	+1.39	+ 3″00	— 1 52.26	+ 0.02	+0.02143	
M	+ 1.83	—0.02	— 0.22	— 1.62	0.00	+0.00058	
J	+39 34.16	+0.96	—31.04	—34 52.94	+ 22.06	+0.41364	1913 Окт. 3.0 Oct. 3.0
S	+ 1 31.18	—0.01	+ 0.42	— 1 22.22	+ 0.48	+0.01291	
M	+ 1.11	—0.01	+ 0.12	— 0.96	— 0.28	—0.00116	
J	+27 48.02	—0.89	—40.19	—27 3.50	— 45.99	—0.40254	1915 Янв. 26.0 Janv. 26.0
S	+ 1 56.59	—0.06	— 3.39	— 2 13.75	— 14.28	—0.06240	
M	— 3.02	0.00	0.00	+ 3.36	+ 0.38	+0.00176	
J	+29 44.75	+0.70	—50.17	—31 23.04	+ 20.07	—0.49273	1916 Март 21.0 Mars 21.0
S	— 1 58.33	+0.14	— 8.67	+ 1 57.81	— 12.71	+0.04482	
M	+ 3.62	0.00	— 0.12	— 3.63	+ 0.24	—0.00200	
J	+15 27.29	+0.48	— 1.50	—18 21.26	+ 47.66	—0.17648	1917 Июнь 4.0 Juin 4.0
S	— 1 9.57	0.00	— 1.08	+ 1 18.78	— 0.76	+0.00120	
M	— 0.27	0.00	+ 0.15	+ 0.86	— 0.29	+0.00205	
J	+19 14.14	+0.31	—37.59	—19 30.72	+ 56.27	+0.28742	1918 Авг. 18.0 Août 18.0
S	— 1 47.10	+0.04	— 5.75	+ 1 41.08	+ 3.27	—0.02441	
M	— 5.92	0.00	— 0.31	+ 5.71	+ 0.06	—0.00175	

(Продолжение)

Пертурбации Perturbations	$\delta_1 M$	$\delta_1 i$	$\delta_1 \Omega$	$\delta_1 \omega$	$\delta_1 \varphi$	$\delta_1 n$	Период Période
J	+ 8′40″.76	+1″.83	—11″.55	— 7′ 6″.94	+1′45″.71	+0″.46498	1919
S	— 52.56	+0.22	— 1.36	— 48.90	+ 4.95	+0.01583	Ноябрь 1.0 Nov. 1.0
M	+ 5.04	0.00	+ 0.18	— 4.47	+ 0.08	+0.00095	
J	— 11.34	+0.65	+20.47	+ 2 29.10	+1 14.94	+0.19880	1921
S	— 39.56	0.00	+ 2.85	+ 45.77	+ 4.81	+0.01998	Февр. 3.0 Févr. 3.0
M	+ 0.92	0.00	— 0.29	— 0.89	— 0.07	—0.00050	
J	+42 56.67	+3.48	—17.34	—45 8.17	+3 9.39	—1.11108	1922
S	+ 2 15.65	+0.29	— 5.96	— 2 22.11	+ 6.02	—0.04326	Апр. 1.9 Avr. 19.0
M	— 2.84	0.00	+ 0.02	+ 3.53	+ 0.36	—0.00067	
J	+1°37′50″.13	+4.27	+58.48	-1°47′38″.48	+1 0.52	+0.55837	1923
S	+ 2 43.05	+0.35	+ 7.45	— 2 53.25	— 4.66	+0.03669	Июль 3.0 Juillet 3.0
M	+ 2.69	0.00	— 0.06	— 2.33	— 0.19	+0.00160	
J	+1° 2′22″.47	+0.37	—36.81	—55 8.29	— 13.47	+0.77550	1924
S	— 14.43	+0.05	— 0.57	+ 18.97	— 4.63	—0.01090	Дек. 4.0 Déc. 4.0
M	— 2.30	0.00	+ 0.01	+ 2.26	— 0.25	—0.00166	
J	+18 31.71	—1.06	—19.75	—17 55.80	—1 3.53	—0.33804	1926
S	— 46.31	+0.10	+ 1.03	+ 35.20	— 4.39	—0.01473	Февр. 17.0 Févr. 17.0
M	— 1.59	0.00	+ 0.05	+ 1.87	+ 0.34	+0.00189	
J	+22 14.71	—0.26	—54.09	—22 36.11	— 23.48	—0.37702	1927
S	— 53.21	0.00	+ 1.47	+ 49.21	— 1.66	+0.01190	Янв. 3.0 Janv. 3.0
M	+ 6.20	0.00	— 0.27	— 6.21	— 0.05	—0.00199	
J	+22 42.00	+1.38	—34.45	—25 27.24	+ 26.52	—0.32722	1928
S	— 55.48	0.00	+ 0.38	+ 1 2.22	— 0.97	+0.01104	Апр. 7.0 Avr. 7.0
M	— 4.77	0.00	+ 0.03	+ 5.72	+ 0.06	+0.00105	
J	+21 34.92	+0.29	+ 1.22	—23 10.22	+ 26.76	+0.20631	1929
S	— 1 13.92	0.00	— 2.30	+ 57.55	+ 9.38	—0.03435	Июль 11.0 Juillet 11.0
M	— 0.64	0.00	— 0.24	+ 0.62	+ 0.05	—0.00036	
J	+20 47.76	+0.88	—29.74	—19 28.10	+1 21.99	+0.45777	1930
S	+ 1 52.50	+0.07	— 3.46	— 1 45.92	+ 7.83	+0.03870	Сент. 4.0 Sept. 4.0
M	+ 2.02	0.00	+ 0.16	— 1.69	— 0.20	—0.00088	
J	+ 4 22.79	+1.34	+12.81	— 1 52.22	—1 36.88	+0.37656	1931
S	+ 1 4.66	0.00	— 0.84	— 59.85	— 1.08	—0.00845	Дек. 8.0 Déc. 8.0
M	— 1.80	0.00	— 0.07	+ 1.99	+ 0.18	+0.00126	
J	+29 11.95	+0.83	—17.46	—27 30.28	+1 25.03	—0.51800	1933
S	+ 57.12	+0.03	— 4.09	1 2.08	— 2.62	—0.01543	Февр. 20.0 Févr. 20.0
M	+ 4.59	0.00	— 0.20	— 4.23	+ 0.24	—0.00195	

(Продолжение)

Перturbации Perturbations	$\delta_1 M$	$\delta_1 i$	$\delta_1 \Omega$	$\delta_1 \omega$	$\delta_1 \varphi$	$\delta_1 n$	Период Période
J	+1°18′39″.78	+11″.28	—27″.22	-1°30′33″.95	+2′34″.81	—0.76230	1934 Май 6.0 Mai 6.0
S	+ 25.52	+ 0.11	— 0.67	— 24.42	— 4.66	+0.02010	
M	— 0.61	0.00	+ 0.04	+ 1.02	— 0.34	+0.00219	
J	1 21 32.13	+ 1.21	+47.27	1 17 46.38	—1 29.36	+1.27471	1935 Июль 20.0 Juillet 20.0
S	— 52.54	+ 0.03	— 2.72	+ 59.66	— 2.90	—0.01069	
M	— 6.39	0.00	— 0.25	+ 6.12	+ 0.10	—0.00218	

Таблица 2 — Table 2

Дата Date	in α	in δ	Дата Date	in α	in δ	Дата Date	in α	in δ
1916 III 16.0	— 9.56	+61″.1	1923 V 29.0	— 6.44	+11″.3	1931 XI 12.0	—12″	—0″.8
1917 V 25.0	— 7.89	+32.4	1927 I 7.0	—19.43	+30.0	1933 II 25.0	—24	+2.0
1918 VIII 1.0	— 8.93	+10.1	1928 IV 13.0	—15.74	+93.9	1934 IV 16.0	—30	+1.6
1921 I 19.0	—13.80	—13.6	1929 VII 6.0	— 1^s	+ 0.1			
1922 V 23.0	— 9.12	+49.9	1930 IX 19.0	— 7	— 0.6			

Таблица 3 — Table 3

Элементы — Eléments

Эпоха 1935 июль 20.0 мировое время
Epoque 1935 Juillet 20.0 temps universel

M_0	108°40′25″.22	
i	1 37 1.51	Среднее равноденствие Equin. moyen 1925.0
Ω	178 43 3.87	
ω	358 29 53.39	
φ	8 25 27.75	
$\log a$	0.506795	
n	616″.33824	

Эфемерида 1935 — Ephéméride 1935

Дата, мировое вр. Date, temps univ.	α	δ	$\log \Delta$	
V 31.0	$19^h57^m24^s$	—18°38′5	0.398	
VI 10.0	19 54 26	—18 42.4	0.382	
VI 20.0	19 49 34	—18 53.2	0.369	
VI 30.0	19 43 1	—19 8.4	0.360	
VII 10.0	19 35 29	—19 26.5	0.355	$m=1.6$
VII 20.0	19 27 32	—19 45.8	0.356	
VII 30.0	19 20 1	—20 4.3	0.363	
VIII 9.0	19 13 34	—20 21.0	0.374	
VIII 19.0	19 8 48	—20 34.5	0.389	

Новое улучшение элементов планеты Герды составит предмет моей новой работы, которая потребует не мало времени, а теперь я считаю необходимым дать эфемериду планеты Герды для оппозиции 1935 г., так как в настоящее время наблюдатели пользуются эфемеридами, публикуемыми в издании „Kleine Planeten“ и основанными на элементах, далеко не столь удовлетворительных, как мои. Так наблюдение, произведенное в Гейдельберге и опубликованное в работе Рейнмут и Мюллер ([6]), требует поправок к эфемериде, напечатанной в „Kleine Planeten“ ([7]), по прямому восхождению $+4^{m}.7$ и по склонению $-24'$, а к эфемериде, основанной на моих элементах, соответственно $-0''.5$ и $+1'.6$. В заключение настоящей работы я и даю последние полученные мною элементы и эфемериду для оппозиции 1935 г., причем α и δ отнесены к среднему равноденствию 1925.0 (табл. 3).

В эфемериде Δ означает геоцентрическое расстояние и m видимую величину планеты. Существенную помощь в выполнении этой работы мне оказала Е. С. Мартьянова-Иванова.

Поступило
26 XI 1934.

ASTRONOMIE

PERTURBATIONS DANS LE MOUVEMENT DE LA PETITE PLANÈTE (122) GERDA POUR LA PÉRIODE 1904—1935 ET ÉPHÉMÉRIDE DE LA PLANÈTE POUR L'OPPOSITION DE 1935

Par A. IVANOV (IWANOFF)

membre correspondant de l'Académie

Mes précédents travaux ([1, 2, 3]) donnent les perturbations des éléments de la petite planète (122) Gerda causées par Mars, Jupiter et Saturne pour la période depuis 1872, c'est-à-dire depuis le moment de la découverte de cette planète, jusqu'à 1904. Dans le travail ([4]) l'ensemble de toutes les observations de la planète Gerda, faites pendant 13 oppositions de 1872 à 1904, m'a servi à déduire les élements les plus probables de la planète, qui satisfont très bien à ces observations. Avec ces éléments corrigés la détermination des perturbations des élements de Gerda causées par les mêmes trois grosses planètes a été continuée après 1904. Pour le moment ce grand travail est poursuivi jusqu'à 1935, et je donne dans la table 1 (p. 12—14) du présent article les perturbations des éléments par périodes, en me servant des indications d'après le „standard“ ([8]). Le terme initial du calcul des perturbations est 1904 Janv. 24.0, temps moyen de Berlin. Dans la colonne „Période“ on trouve les termes finaux de chaque période. Jusqu'à 1915 c'est le temps moyen de Berlin qui est adopté; de 1916 à 1926 — le temps moyen de Greenwich, depuis 1927 — le temps universel. Dans la première colonne de la Table 1 J, S et M désignent respectivement Jupiter, Saturne, Mars.

Tous les calculs des perturbations ont été faits d'après la méthode de variation des constantes arbitraires.

Malgré que les éléments de la planète Gerda n'aient pas été soumis à une nouvelle correction depuis 1904, les observations avec ces éléments prouvent être tout à fait satisfaisantes pour des buts pratiques, ce qui se voit dans la note (5) qui donne une comparaison avec les observations pour les 6 oppositions de 1905 à 1911, et dans la table 2 (p. 14) de la présente note, dans laquelle sont données pour les oppositions subséquentes les différences de l'ascension droite α et de la déclinaison δ dans le sens observation moins calcul.

Depuis 1929 je n'ai eu à ma disposition que des positions observées approximatives obtenues à l'aide de la photographie. La table 2 (p. 14) montre que les éléments que j'ai trouvés sont sujets a une correction ultérieure d'après l'ensemble de toutes les observations depuis 1872 jusqu'à 1934, mais qu'ils sont déjà, sans aucun doute, parfaitement satisfaisants pour des buts pratiques, car ils donnent toute possibilité de trouver la planète pour trente ans à l'avance sans nouvelle correction, en tenant compte des perturbations. Une nouvelle correction des éléments de la planète Gerda fera le sujet d'un nouveau travail qui demandera beaucoup de temps, mais pour le moment je juge nécessaire de donner l'éphéméride de la planète Gerda pour l'opposition de 1935, parce qu'à présent les observateurs se servent des éphémérides publiées dans l'annuaire „Kleine Planeten" et fondées sur des éléments qui sont loin d'être aussi satisfaisants que les miens. Ainsi, l'observation faite à Heidelberg et publiée dans l'article (6) demande des corrections à l'éphéméride imprimée dans „Kleine Planeten" (7), pour l'ascension droite $+4^m7$, pour la déclinaison $-24'$; et à l'éphéméride basée sur mes éléments, respectivement -0^m5 et $+1'6$. Or, en conclusion de la présente note je donne les éléments que j'ai dernièrement obtenus et l'éphéméride pour l'opposition de 1935, dans laquelle α et δ sont rapportées à l'équinoxe moyen de 1925.0 (table 3, p. 14).

Δ signifie dans l'éphéméride la distance géocentrique et m la grandeur apparente de la planète.

Dans l'exécution de ce travail j'ai profité du précieux concours de E. Martjanova-Ivanova.

Manuscrit reçu
le 26. XI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

[1] А. Иванов. Изв. Акад. Наук, 1926, № 13—14, стр. 1303—1322. A. Ivanov. Bull. Acad. Sci. URSS, 1926. № 13—14, pp. 1303—1322. [2] А. Иванов. Изв. Акад. Наук, 1927, № 1—2, стр. 31—62. A. Ivanov. Bull. Acad. Sci. URSS, 1927, № 1—2, pp. 31—62. [3] А. Иванов. Изв. Акад. Наук, 1927, № 15—17, стр. 1205—1220. A. Ivanov. Bull. Acad. Sci. URSS, 1927, № 15—17, pp. 1205—1220. [4] А. Иванов и Е. Мартьянова-Иванова. Изв. Акад. Наук, 1928, стр. 205—214. A. Ivanov u. E. Martjanova-Ivanova. Bull. Acad. Sci. URSS, 1928, pp. 205—214. [5] A. Iwanoff. Astr. Nachr., Bd. 237, № 5670 (6), 1929 pp. 103—104. [6] K. Reinmuth u. M. Müller. Astr. Nachr., Bd. 252 № 6040 (16), 1934, pp. 259—262. [7] Kleine Planeten. Jahrgang 1934. Elemente und Oppositions-Ephemeriden, bearbeitet von dem Astronomischen Rechen-Institut zu Berlin-Dahlem. Berlin, 1933. [8] Основные обозначения в астрономии. Общесоюзный стандарт ОСТ/ВКС 6208. Утвержден 10 XI 1933 г.

ГЕОДЕЗИЯ

Б. В. НУМЕРОВ

член-корреспондент Академии Наук СССР

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ГЕОИДА НА ОСНОВАНИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Возможность определения геоида на основании наблюдений силы тяжести на физической поверхности земли встречает ряд теоретических и практических трудностей. Эти трудности, главным образом, связаны с невозможностью точной редукции наблюдений силы тяжести, произведенных на физической поверхности земли, к уровенной поверхности — к продолжению океана под материками. В этом отношении задача значительно упростилась бы, если бы мы геоид приняли как потенциальную поверхность, проходящую поверх океана и поверх всех выступающих материков. Это предположение было высказано французским геодезистом Бриллуэн и с теоретической точки зрения заслуживает большого внимания, ибо в этом случае отпадают все затруднения в вопросе редукции наблюдений силы тяжести к геоиду. Если мы остановимся на этой идее Бриллуэна, то встает вопрос, каким образом, с достаточной степенью точности, можно определить значение силы тяжести на потенциальной поверхности, проходящей на высоте h над местом наблюдения. В первом приближении мы можем принять, что потенциальная поверхность и поверхность океана являются концентрическими поверхностями, т. е. отстоят друг от друга на одном и том же расстоянии H. При принятых нами обозначениях высота точки над океаном будет равна $H-h$. Наблюденное значение силы тяжести необходимо редуцировать за высоту h через свободный воздух. Каким образом можно вычислить эту редукцию? Грубо редукцию можно вычислять по обычной формуле Фая, полагая, что в нормальных условиях сила тяжести изменяется на $\Delta g = 0.0003086$ см при изменении высоты на 1 м, т. е. можем принять нормальное значение для производной $\frac{\partial g}{\partial z}$, вытекающее из формул земного сфероида. Однако возмущающее действие неоднородностей верхних слоев земли вызывает аномальные значения первой производной $\frac{\partial g}{\partial z}$, а также и следующих производных, что в значительной степени может исказить редукцию, вычисляемую, следуя нормальному закону. Поэтому естественно возникает вопрос: нельзя ли для заданного места наблюдения дать метод для вычисления аномальных значений первой и последующих производных от силы тяжести по высоте. Имея эти производные, мы тогда сможем с большой точностью вычислить редукцию силы тяжести к геоиду Бриллуэна. Было бы, конечно, неправильно подобный метод применять к редукции наблюдений силы тяжести к океану через массу верхних слоев земли.

Целью настоящей статьи является разработка метода вычисления производных от силы тяжести по высоте, а следовательно — обоснование метода Бриллуэна и установление предельного расстояния H между океаном и потенциальной поверхностью Бриллуэна. Наши исследования показывают, что неоднородности в строении верхних слоев земли, существование аномалий в силе тяжести, не позволяют проводить геоид далеко от поверхности океана, во всяком случае H не должно быть более 1 км. Предложение Бриллуэна о проведении потенциальной поверхности на высоте 10 км, т. е. выше гор, практически не осуществимо, потому что мы

не сможем в этом случае с достаточной степенью точности редуцировать наблюдения силы тяжести. Само собой разумеется, дело существенно изменится, когда будут разработаны новые методы определения силы тяжести в воздухе на произвольной высоте. Принимая во внимание равнинный характер нашего Союза, мы можем на значительной территории выделить области, где высоты пунктов будут меньше 1 км и даже меньше 500 м. Таким образом, перед нами стоит практическая возможность определения формы потенциальной поверхности на основании наблюдений силы тяжести на территории Союза. Форма потенциальной поверхности будет подобна форме океана, а следовательно даст возможность судить об основных свойствах фигуры геоида.

Для вычисления $\frac{\partial g}{\partial z}$ или второй производной $\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$ от потенциала возмущающих масс в заданной точке, принятой нами за начало координат, для случая плоской земли мы можем воспользоваться известным соотношением ([1]):

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_0 = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\infty} \frac{dl}{l^2}\,(\Delta g - \Delta g_0), \qquad [1]$$

где $\Delta g - \Delta g_0$ означает разность аномалий силы тяжести в некоторой произвольной точке плоскости с полярными координатами l и α и в начале координат O. Интегрирование по радиусу мы разобьем на две части: сначала от 0 до l_0, затем от l_0 до ∞. Обратимся к первой части интегрирования. При малом l_0, т. е. в окружности небольшого радиуса около начала координат O, аномалия в силе тяжести может быть представлена в виде ряда:

$$\begin{aligned}\Delta g - \Delta g_0 = &\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_0 l\cos\alpha + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_0 l\sin\alpha + \frac{1}{2}l^2\cos^2\alpha\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}\right)_0 + \frac{1}{2}l^2\sin^2\alpha\left(\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right)_0 + \\ &+ l^2\sin\alpha\cos\alpha\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)_0 + \frac{1}{6}l^3\cos^3\alpha\left(\frac{\partial^3 g}{\partial x^3}\right)_0 + \frac{1}{6}l^3\sin^3\alpha\left(\frac{\partial^3 g}{\partial y^3}\right)_0 + \\ &+ \frac{1}{2}l^3\cos^2\alpha\sin\alpha\left(\frac{\partial^3 g}{\partial x^2\partial y}\right)_0 + \frac{1}{2}l^3\sin^2\alpha\cos\alpha\left(\frac{\partial^3 g}{\partial x\partial y^2}\right)_0 + \frac{1}{24}l^4\cos^4\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^4}\right)_0 + \\ &+ \frac{1}{24}l^4\sin^4\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial y^4}\right)_0 + \frac{1}{6}l^4\sin\alpha\cos^3\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^3\partial y}\right)_0 + \frac{1}{6}l^4\cos\alpha\sin^3\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial y^3\partial x}\right)_0 + \\ &+ \frac{1}{4}l^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^2\partial y^2}\right) + \ldots,\end{aligned} \qquad [2]$$

где ось z проведена вниз по отвесу в начале координат O и горизонтальные координаты точки плоскости x и y заменены полярными координатами на основании соотношений:

$$x = l\cos\alpha; \qquad y = l\sin\alpha. \qquad [3]$$

Подставляя формулу [2] в выражение [1] и произведя интегрирование по α в пределах от 0 до 2π и по l в пределах от 0 до l_0, мы можем написать следующую формулу для вычисления второй производной от потенциала, ограничиваясь первыми членами разложения в ряд Тейлора:

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_0 = -\frac{1}{4}l_0\left[\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}\right)_0 + \left(\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right)_0\right] - \frac{1}{192}l_0^3\left[\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^4}\right)_0 + \left(\frac{\partial^4 g}{\partial y^4}\right)_0 + 2\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^2\partial y^2}\right)_0\right], \qquad [4]$$

или, на основании уравнения Лапласа, будем иметь:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_0 = \frac{1}{4}l_0\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_0 - \frac{1}{192}l_0^3\left(\frac{\partial^4 g}{\partial z^4}\right). \qquad [5]$$

Формула [5] дает искомое выражение для производной $\frac{\partial g}{\partial z}$ в зависимости от второй и четвертой производной и выбранного радиуса интегрирования l_0.

Для интегрирования формулы [1] в пределах от l_0 до некоторого большого числа L мы можем формулу [1] переписать в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_0 = -\frac{1}{n}\sum B_i, \qquad [6]$$

где

$$B = \int_{l_0}^{L} \frac{dl}{l^2}(\Delta g - \Delta g_0) = a_0 + a_1\cos\alpha + a_2\cos 2\alpha + \ldots + b_1\sin\alpha + b_2\sin 2\alpha \ldots \qquad [7]$$

является функцией угла α и может быть разложена в ряд Фурье. Для вычисления коэффициента a_0 ряда Фурье мы можем воспользоваться численными значениями функции B для равноотстоящих углов α. Действительно, мы можем написать, что

$$a_0 = \frac{1}{n}\sum B_i - a_n. \qquad [8]$$

В последнюю формулу входит, кроме известной нам суммы функций B, неизвестный коэффициент a_n ряда Фурье более высокого порядка. При увеличении числа делений n порядок остаточного члена a_n будет возрастать, и влияние его будет уменьшаться, ибо с увеличением порядка абсолютная величина членов разложения ряда Фурье обычно уменьшается, если мы не имеем какого-либо особого случая плохой сходимости разложения в ряд Фурье.

Для вычисления (2) функций B мы прежде всего обратимся к интегрированию в пределах от l_1 до l_2, полагая, что в указанных пределах аномалия силы тяжести меняется линейно и может быть представлена формулой:

$$\beta = \Delta g - \Delta g_0 = a + bl, \qquad [9]$$

где

$$a = \frac{l_2\beta_1 - l_1\beta_2}{l_2 - l_1}, \quad b = \frac{\beta_2 - \beta_1}{l_2 - l_1} \qquad [10]$$

коэффициенты, определяемые из условия, что при $l = l_1$ мы имеем $\beta = \beta_1$ и при $l = l_2$ мы имеем $\beta = \beta_2$. Подставляя выражение [9] в формулу [7] и интегрируя в пределах от l_1 до l_2, мы можем написать:

$$B = a\frac{l_2 - l_1}{l_2 l_1} + b\lg\frac{l_2}{l_1} = \frac{\beta_1}{l_1}\left[1 - \frac{1}{\sigma - 1}\lg\sigma\right] + \frac{\beta_2}{l_2}\left[\frac{\sigma}{\sigma - 1}\lg\sigma - 1\right], \qquad [11]$$

где для краткости положено:

$$\sigma = \frac{l_2}{l_1}. \qquad [12]$$

Разобьем интервал интегрирования от l_0 до L на ряд радиусов: $l_0, l_1, l_2 \ldots$, расположенных в геометрической прогрессии, т. е. удовлетворяющих условию:

$$l_i = l_0\,\sigma^i, \qquad [13]$$

причем множитель $\sigma > 1$.

Суммируя по отдельным интервалам, мы легко можем написать следующую формулу для вычисления функции B:

$$Bl_0 = \beta_0\left(1 - \frac{1}{\sigma - 1}\lg\sigma\right) + \lg\sigma\left(\frac{\beta_1}{\sigma} + \frac{\beta_2}{\sigma^2} + \frac{\beta_3}{\sigma^3}\right) = \sum N_i\beta_i. \qquad [14]$$

Таким образом, для вычисления функции B вдоль заданного радиуса необходимо знать разность аномалий $\beta = \Delta g - \Delta g_0$ вдоль радиуса на рас-

стоянии от начала координат l_0, l_1, l_2 и т. д. Эти расстояния зависят от избранного начального радиуса l_0 и коэффициента прогрессии σ. При большом коэффициенте σ расстояния будут быстро возрастать, предположение о линейности изменений аномалии между каждыми двумя радиусами будет менее справедливо.

Суммируя результат интегрирования внутри и вне площади круга радиуса l_0, мы можем написать следующую окончательную формулу для вычисления искомой производной:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_0 = -\frac{1}{n}\sum B_i + \frac{1}{4} l_0 \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_0 - \frac{1}{192} l_0^3 \left(\frac{\partial^4 g}{\partial z^4}\right)_0 + \ldots \qquad [15]$$

Уравнение [15] мы можем применить для различных радиусов l_0 и, таким образом, написать совокупность по крайней мере двух уравнений для определения первой и второй производных.

Тогда редукция наблюденной силы тяжести на поверхности земли на потенциальную поверхность, расположенную на высоте h над местом наблюдения, может быть написана в следующем виде:

$$\Delta g = -h \left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_0 + \frac{1}{2} h^2 \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_0, \qquad [16]$$

ограничиваясь первыми двумя членами разложения в ряд Тейлора.

Для выяснения точности формулы [16] мы рассмотрим следующий простой случай. Пусть на глубине H под поверхностью земли находится возмущающая масса m, действие которой сосредоточено в одной точке. В этом случае мы легко можем вычислить силу тяжести и производные на поверхности земли, а именно будем иметь:

$$g = \frac{k^2 m}{H^2}; \quad \frac{\partial g}{\partial z} = \frac{2k^2 m}{H^3}; \quad \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = \frac{6k^2 m}{H^4}. \qquad [17]$$

Таким образом, формула для вычисления редукции согласно выражению [16] может быть написана в следующем виде:

$$\Delta g = \frac{k^2 m}{H^2}\left[-2\left(\frac{h}{H}\right) + 3\left(\frac{h}{H}\right)^2\right]. \qquad [18]$$

С другой стороны, мы для указанного случая можем написать точную формулу для редукции силы тяжести с расстояния H к расстоянию $h + H$. А именно будем иметь:

$$\Delta g = -\frac{k^2 m}{H^2} + \frac{k^2 m}{(H+h)^2}. \qquad [19]$$

Сравнивая [19] и [18], мы можем написать остаточный член формулы [16] в следующем виде:

$$\frac{k^2 m}{H^2}\left[-4\left(\frac{h}{H}\right)^3 + 5\left(\frac{h}{H}\right)^4 + \ldots\right]. \qquad [20]$$

Формула [20] позволяет сделать вывод, что перенос силы тяжести с поверхности земли на потенциальную поверхность, проходящую на высоте h, следуя формуле [16], возможен только в том случае, если h будет меньше глубины H возмущающих масс.

Вышеизложенная теория относится к случаю плоской земли. Естественно, можно воспользоваться общими формулами, относящимися к сферической земле, и на основании формулы Стокса получить выражение $\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$ в виде двойного интеграла, распространенного на всю поверхность

земли. В этом случае мы можем учесть влияние возмущающих масс далеких зон. Но a priori можно сказать, что при вычислении редукции силы тяжести за высоту нескольких сот метров влияние далеких зон на разность напряжения в силе тяжести с небольшой разностью высот h не может иметь заметного влияния.

Ограничиваясь равнинами Европейской и Азиатской частей Союза, мы можем на значительной площади провести потенциальную поверхность на высоте, не превышающей 500 м, а следовательно можем с уверенностью вычислять редукцию по изложенному выше методу. В результате мы получим значение силы тяжести на потенциальной поверхности, отстоящей от поверхности океана в расстоянии 500 м. Разлагая в ряд по шаровым функциям значение силы тяжести ([3]), мы можем определить коэффициенты разложения, которые позволяют написать разложение радиуса-вектора искомой потенциальной поверхности, т. е. позволяют построить истинную фигуру земли, за исключением небольших аномальных областей горных районов.

Для той же цели можно было бы воспользоваться формулой Стокса.

Астрономический институт.
Ленинград.

Поступило
2 VIII 1934.

GEODESY

ON THE PROBLEM OF THE DETERMINATION OF THE GEOID ON THE BASIS OF GRAVITY OBSERVATIONS

By B. NUMEROV

Corresponding Member of the Academy

The problem of determination of the geoid on the basis of gravity observations upon the Earth's physical surface meets with many theoretical and practical difficulties.

These relate mainly to the impossibility of an accurate reduction of gravity observations made on the physical surface to the level surface—the continuation of the ocean under the continents. The problem would be considerably simplified if we could accept the geoid as a potential surface running above the ocean and above all continents. This supposition was advanced by the French geodesist Brillouin and deserves great attention from the theoretical standpoint, as in this case all difficulties inherent in the problem of reduction of gravity observations to the geoid would be removed. If we dwell on this idea of Brillouin's, we are confronted by the question about the possibility to determine with a sufficient degree of accuracy the value of gravity upon the potential surface lying at height h above the place of observation. To a first approximation we can assume the potential surfaces and the surface of the ocean to be concentric surfaces, i. e. equidistant from one another. With the notation accepted, the height of the point above the ocean will be $H-h$. The observed value of gravity ought to be reduced for the height h by means of the correction of Faye. How can this reduction be calculated? Roughly by means of the usual Faye formula, assuming the gravity to change in normal conditions by $\Delta g = 0.0003086$ with the change of height of 1 m, i. e. we can accept the normal value of the derivative $\frac{dg}{dz}$ from the formula of the terrestrial spheroid. The disturbing effect of non-homogeneousness of the Earth's upper layers, however, calls forth anomalous values of the first derivative $\frac{dg}{dz}$, and

also of the subsequent derivatives. This is liable to vitiate to a considerable degree the reduction calculated according to the normal law. Therefore the question arises whether it would not be possible to give for the given place of observation a method of computing the anomalous values of the first and the subsequent derivatives of gravity with respect to height. Having these derivatives, we could calculate with greater accuracy the reduction of gravity to Brillouin's geoid. It would, of course, be wrong to apply such a method to the reduction of gravity observations to the ocean through the mass of upper layers of the Earth.

The aim of the present article is to develop a method of calculation of derivatives of gravity with respect to height and, consequently, to discuss Brillouin's method and to establish the limit distance H between the ocean and the potential surface of Brillouin. Our investigations have shown that the non-homogeneousness of the structure of the upper layers of the Earth, the existence of anomalies of gravity do not allow to draw the geoid far from the surface of the ocean, in any case H ought not to exceed 1 km. Brillouin's proposal to draw the potential surface at a height of 10 km, i. e. higher than the mountains, is impracticable, since we cannot then reduce the observations of gravity with a sufficient degree of accuracy. No doubt this will change with the development of new methods of gravity determination in the atmosphere at an arbitrary height. Since there are so many vast areas of plains in the USSR, we can find extensive regions where the heights of points will be below 1 km and even less than 500 m. Thus a practical possibility is afforded to determine the shape of the potential surface on the basis of gravity observations upon a considerable territory of the USSR. The shape of the potential surface will be similar to that of the ocean and, consequently, it will give the possibility to judge of the fundamental properties of the figure of the geoid.

For the calculation of $\frac{dg}{dz}$ or the second derivative $\frac{d^2v}{dz^2}$ of the potential of disturbing masses in the given point, accepted as the origin of coordinates for the case of a flat Earth, we can apply the known correlation (1):

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_0 = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\infty} \frac{dl}{l^2}\left(\Delta g - \Delta g_0\right), \qquad [1]$$

where $\Delta g - \Delta g_0$ denotes the difference in gravity anomalies at a certain arbitrary point of the plane with polar coordinates l and α and at the origin of coordinates O. The integration with respect to the radius we will divide into two parts: first, from 0 to l_0, then from l_0 to ∞. Let us discuss the first part of the integration. With a small l_0, i. e. within the circumference of a small radius near the origin of coordinates O, the gravity anomaly may be represented as a series:

$$\begin{aligned}\Delta g - \Delta g_0 = {} & \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_0 l\cos\alpha + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_0 l\sin\alpha + \frac{1}{2}l^2\cos^2\alpha\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}\right)_0 + \frac{1}{2}l^2\sin^2\alpha\left(\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right)_0 + \\ & + l^2\sin\alpha\cos\alpha\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x\,\partial y}\right)_0 + \frac{1}{6}l^3\cos^3\alpha\left(\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\right)_0 + \frac{1}{6}l^3\sin^3\alpha\left(\frac{\partial^3 g}{\partial y^3}\right)_0 + \\ & + \frac{1}{2}l^3\cos^3\alpha\sin\alpha\left(\frac{\partial^3 g}{\partial x^2\,\partial y}\right)_0 + \frac{1}{2}l^3\sin^2\alpha\cos\alpha\left(\frac{\partial^3 g}{\partial x\,\partial y^2}\right)_0 + \frac{1}{24}l^4\cos^4\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^4}\right)_0 + \\ & + \frac{1}{24}l^4\sin^4\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial y^4}\right)_0 + \frac{1}{6}l^4\sin\alpha\cos^3\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^3\,\partial y}\right)_0 + \frac{1}{6}l^4\cos\alpha\sin^3\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial y^3\,\partial x}\right)_0 + \\ & + \frac{1}{4}l^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^2\,\partial y^2}\right) + \ldots,\end{aligned} \qquad [2]$$

where axis z is drawn down the perpendicular at the origin of coordinates O, and x and y are the horizontal coordinates of the point on the plane expressed in polar coordinates on the basis of the correlations:

$$x = l\cos\alpha; \qquad y = l\sin\alpha. \qquad [3]$$

Substituting formula [2] into the expression [1] and performing the integration with respect to α within the limits from 0 to 2π and with respect to l within 0 to l_0, we can write the following formula for the calculation of the second derivative of the potential, restricting ourselves to the first terms of the Taylor series:

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_0 = -\frac{1}{4} l_0 \left[\left(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\right)_0\right] - \frac{1}{192} l_0^3 \left[\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^4}\right)_0 + \left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^4}\right)_0 + 2\left(\frac{\partial^4 g}{\partial x^2\,\partial y^2}\right)_0\right], \qquad [4]$$

or on the basis of Laplace's equation we shall have:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_0 = \frac{1}{4} l_0 \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_0 - \frac{1}{192} l_0^3 \left(\frac{\partial^4 g}{\partial z^4}\right)_0. \qquad [5]$$

Formula [5] gives the required expression for the derivative $\frac{dg}{dz}$ dependent on the second and fourth derivative and the chosen radius of integration l_0.

To integrate formula [1] within the limits from l_0 to a certain large number L, we can rewrite formula [1] as follows:

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_0 = -\frac{1}{n}\sum B_i, \qquad [6]$$

where

$$B = \int_{l_0}^{L} \frac{dl}{l^2}(\Delta g - \Delta g_0) = a_0 + a_1\cos\alpha + a_2\cos 2\alpha + \ldots b_1\sin\alpha + b_2\sin 2\alpha + \ldots \qquad [7]$$

is a function of angle α and may be developed into a Fourier series. For the calculation of coefficient a_0 of the Fourier series we can use the numerical value of function B for equidistant angles α. In fact we can write:

$$a_0 = \frac{1}{n}\sum B_i - a_n. \qquad [8]$$

Besides the known sum of functions B, this formula contains the unknown coefficient a_n of a Fourier series of a higher order. With the increase of the number of divisions n the order of the residual term a_n will grow and its effect will diminish, for the absolute value of the terms of development of Fourier's series usually diminishes with the increase of their order, unless we have a special case of poor convergence of the development.

To calculate (2) functions B we perform first the integration within the limits of l_1 to l_2, assuming that within the limits mentioned the gravity anomaly varies linearly and may be represented by the following formula:

$$\beta = \Delta g - \Delta g_0 = a + bl, \qquad [9]$$

where

$$a = \frac{l_2\beta_1 - l_1\beta_2}{l_2 - l_1}, \quad b = \frac{\beta_2 - \beta_1}{l_2 - l_1} \qquad [10]$$

are the coefficients determinable on condition that with $l = l_1$ we have $\beta = \beta_1$, and with $l = l_2$ we have $\beta = \beta_2$. Substituting expression [9] in formula [7] and integrating within the limits from l_1 to l_2, we can write:

$$B\,\frac{l_2 - l_1}{l_2 - l_1} + b \lg \frac{l_2}{l_1} = \frac{\beta_1}{l_1}\left[1 - \frac{1}{\sigma - 1}\lg\sigma\right] + \frac{\beta_2}{l_2}\left[\frac{\sigma}{\sigma - 1}\lg\sigma - 1\right], \qquad [11]$$

where for brevity we put

$$\sigma = \frac{l_2}{l_1}. \qquad [12]$$

Let us divide the interval of integration from l_0 to L into a series of radii: l_0, l_1, l_2 . . . arranged in geometric progression, i. e. satisfying the condition

$$l_i = l_0\,\sigma^i, \qquad [13]$$

the factor σ being > 1.

Summing up by individual intervals we can readily write the following formula for the calculation of function B:

$$Bl_0 = \beta_0\left(1 - \frac{1}{\sigma - 1}\lg\sigma\right) + \lg\sigma\left(\frac{\beta_1}{\sigma} + \frac{\beta_2}{\sigma^2} + \frac{\beta_n}{\sigma^n}\right) = \sum N_i\,\beta_i. \qquad [14]$$

Thus for the calculation of function B along the given radius it is necessary to know the difference in anomalies $\beta = \Delta g - \Delta g_0$ along the radius at the distance from the origin of coordinates l_0, l_1, l_2 . . . These distances depend on the selected initial radius l_0 and the coefficient of progression σ. Given a large coefficient σ, the distance will grow fast and the supposition as to the linearity of the variations of anomaly between every two radii will be less justifiable.

In summing up the results of integration inside and outside the area of the circle of radius l_0, we can write the following final formula for the calculation of the required derivative:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_0 = \frac{1}{n}\sum B_i + \frac{1}{4}\,l_0\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_0 - \frac{1}{192}\,l_0^3\left(\frac{\partial^4 g}{\partial z^4}\right)_0 + \ldots \qquad [15]$$

Equation [15] may be applied for different radii l_0, and we can write at least two equations for the determination of the first and the second derivative.

Then the reduction of the observed gravity upon the Earth's surface to the potential surface situated at height h above the place of observation may be written in the form:

$$\Delta g = -h\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)_0 + \frac{1}{2}\,h^2\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_0, \qquad [16]$$

limiting ourselves to the first two terms of the development into Taylor series.

To test the accuracy of formula [16], we will discuss a simple case. Let the disturbing mass m be at a depth H below the Earth's surface. Its effect is concentrated in one point. In this case we can easily calculate the gravity and the derivatives upon the Earth's surface, and we shall have:

$$g = \frac{k^2 m}{H^2}; \quad \frac{\partial g}{\partial z} = \frac{2k^2 m}{H^3}; \quad \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = \frac{6k^2 m}{H^4}. \qquad [17]$$

Thus the formula for the calculation of the reduction according to expression [16] may be written in the form:

$$\Delta g = \frac{k^2 m}{H^2}\left[-2\left(\frac{h}{H}\right)+3\left(\frac{h}{H}\right)^2\right]. \qquad [18]$$

On the other hand, for the given case we can write the exact formula for the reduction of the gravity from the distance H to the distance $h+H$. We shall thus have:

$$\Delta g = -\frac{k^2 m}{H^2}+\frac{k^2 m}{(H+h)^2}. \qquad [19]$$

Comparing [19] with [18], we can write the residual term of formula [16] in the form

$$\frac{k^2 m}{H^2}\left[-4\left(\frac{h}{H}\right)^3+5\left(\frac{h}{H}\right)^4+\ldots\right]. \qquad [20]$$

Formula [20] allows of the conclusion that the transfer of gravity from the Earth's surface upon the potential surface running at a height h according to formula [16] is possible only if h is less than the depth H of the disturbing masses.

The theory stated above relates to the case of a flat Earth. The general formulae of the spherical Earth may, naturally, be used, and on the basis of Stokes' formula we can obtain the expression $\frac{d^2v}{dz^2}$ in the form of a double integral valid for the whole Earth's surface. In this case we can evaluate the effect of the disturbing masses of distant zones. But *a priori* it can be said that in the calculation of the reduction of gravity for the height of several hundreds of metres the effect of distant zones upon the difference of intensity in gravity with a small difference in height h cannot be considerable.

Considering only the plains of the European and the Asiatic regions of the USSR, we can draw a potential surface over a wide area at a height not exceeding 500 m. We, consequently, can calculate with confidence the reduction according to the method developed above. As a result we shall get the value of gravity upon the potential surface at a distance of 500 m from the surface of the ocean. In developing the value of gravity (3) into series by spherical functions, we can determine the coefficients of development allowing to write the development of the radius-vector of the required potential surface, i. e. allowing to construct the true figure of the Earth with the exception of the small anomalous districts of mountainous regions.

Stokes' formula could be used for the same purpose.

Astronomical Institute.
Leningrad.

Received
2. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES•

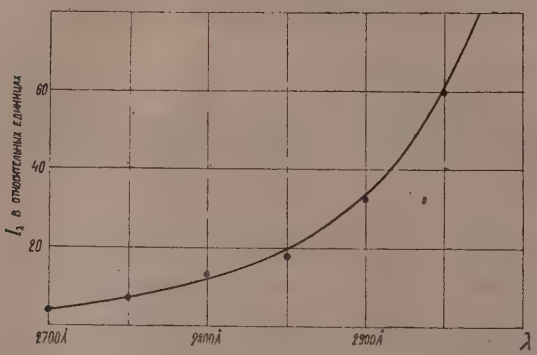
1 Б. В. Нумеров. ДАН, 1929, № 4. B. Numerov. C. R. Acad. Sci. URSS, 1929, No 4. — B. Numerov. ZS. f. Geophysik, 5. H. 2. 2 Б. В. Нумеров. Бюлл. Астрон. инст., 1933, № 34. B. Numerov. Bull. Astron. Inst., Leningrad, 1933. No 34. 3 Слудский. Теория фигуры Земли. Математический сборник, Москва, 1885. Sludskij. Theory of the Figure of the Earth. Mathematical Comp. Moscow, 1885.

С. РОДИОНОВ, Е. ПАВЛОВА, Н. РЕЙНОВ, Н. СТУПНИКОВ и А. ЮЗЕФОВИЧ

К ВОПРОСУ ОБ ИЗМЕРЕНИИ КОРОТКОВОЛНОВОЙ УЛЬТРАФИОЛЕТОВОЙ ЧАСТИ СОЛНЕЧНОГО СПЕКТРА

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 6 XI 1934)

Еще летом 1933 года нами была произведена попытка измерения коротковолнового конца солнечного спектра в горах (Домбай, Кавказ, высота 1700 м.) (1). В августе настоящего года эти измерения были произведены нами на горе Эльбрус (Кавказ) на высотах 3200 и 4200 м над уровнем моря и являются частью работ Эльбрусской комплексной экспедиции.

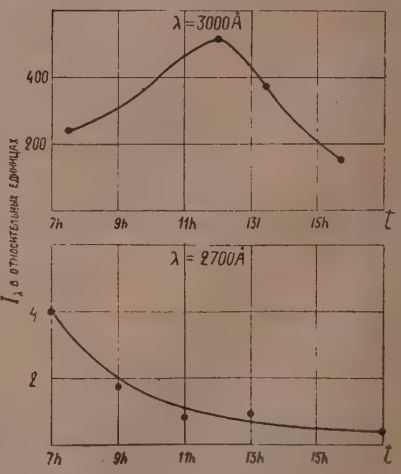


Фиг. 1. — Fig. 1.

Для осуществления измерений нами была сконструирована специальная установка для работы в экспедиционных условиях. Счетчик света специальной конструкции (1) был помещен позади выходной цели монохроматора двойного разложения. Чувствительность счетчика (наименьшая интенсивность света, могущая быть обнаруженной) составляет около 200—300 квантов / сек. в области длины волн около 2500 Å.

Наиболее короткая длина в спектре солнца, обнаруженная до настоящего времени (фотографическим методом), по имеющимся данным представляет 2863 Å (2).

Нам удалось измерить спектральную кривую до 2700 ± 50 Å, т. е. внутри области поглощения атмосферного озона. Типичная кривая распределения интенсивности по длинам волн, измеренная нам на высоте 3200 метров, приведена на фиг. 1. Главная трудность этих измерений заключается в опасности рассеянного в оптической системе света большей длины волны, не поглощаемой озоном (3000 Å и выше). Для избежания этой опасности применялось двойное спектральное разложение и специальные фильтры с резкой границей поглощения в измеряемой области. Контрольные опыты с этими фильтрами подтвердили наличие в солнечном спектре длины



Фиг. 2. — Fig. 2.

волны 2700 Å ± 50, а на высоте 4200 м, даже 2600 Å (последние данные нуждаются в дополнительных экспериментах).

Значительный интерес представляют кривые дневного хода интенсивности длин волн 2700 и 3000 Å (фиг. 2). Длина волны 3000 Å, не поглощаемая озоном, дает обычный ход с максимумом в полдень.

Спадающий ход интенсивности 2700 Å может быть объяснен ростом поглощения этой длины волны озоном, постепенно образующимся под действием солнечных лучей в течение дня, что, однако, находится в противоречии с рядом имеющихся данных.

Средняя интенсивность $\lambda = 2700$ Å (полученная из нескольких кривых типа фиг. 1) для высоты 3200 м составляет около 50% той же величины, измеренной на высоте 4200 м.

Физико-агрономический институт.
Ленинград.

Поступило
6 XI 1934.

PHYSICS

THE SHORT ULTRA-VIOLET IN THE SOLAR SPECTRUM

By S. RODIONOV, M. PAVLOVA, N. REJNOV, N. STUPNIKOV, and A. JUZEFOVIČ

(*Communicated by A. Joffe, Member of the Academy, 6. XI. 1934*)

A year ago, in the Summer of 1933, an attempt (1) was made to measure the short-wave end of the solar spectrum from Dombai in the Caucasus at a height of 1700 m with the help of a light-counter.

During August of this year these measurements were continued on Mount Elbrus at 3200 and 4200 m as part of the scientific program of a special Elbrus Scientific Expedition.

In order to carry out measurements under field conditions, a special apparatus was constructed including a light-counter (1) mounted behind the second (exit) slit of a monochromator with double dispersion. The sensitivity of the counter (the smallest light intensity which could be detected) was about 200—300 quanta/sec. in the region $\lambda \sim 2500$ Å.

The shortest waves according to a number of data so far obtained by photographic methods in the solar spectrum are $\lambda = 2863$ Å (2). We were able to continue the spectral curve up to $\lambda = 2700 \pm 50$ Å, i. e. within the absorption region of the atmospheric ozone. A typical curve obtained at 3200 m showing the intensity distribution for different wave-lengths is given in Fig. 1. The principal difficulty in such measurements is the danger that light of longer wave-lengths, not absorbed by ozone (3000 Å and higher), may be scattered by the optical system. In order to avoid this danger double dispersion was used together with a special filter having a sharp absorption edge in the measured region. Control experiments with this filter showed the presence of waves of $\lambda = 2700$ Å ± 50, and at a height of 4200 m the curve was continued even up to 2600 Å (the latter data must be checked by additional experiments).

The diurnal variations in the intensity of wave-lengths 2700 Å and 3000 Å are of considerable interest (Fig. 2). The wave-lengths 3000 Å, which is not absorbed by ozone, follows the usual course with a maximum at noon.

The falling off of the intensity of 2700 Å might be explained by the increased absorption in the ozone, which is formed continuously throughout the day by the solar rays. This explanation, however, is inconsistent

with some known data. The mean intensity of $\lambda = 2700$ A obtained from a number of curves similar to that given in Fig. 1 for the height of 3200 m was of the order of 50% to that measured at the height of 4200 m.

Physico-Agronomical Institute.
Leningrad.

Received
6. XI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

Родионов и Шальников. Журн. эксп. и теор. физ. (в печати). Rodionov and Šalnikov. Journ of Exper. and Theor. Physics (in press). 2. Götz. Strahlentherapie, 40, 690, 1931.

ФИЗИКА

Н. Н. АНДРЕЕВ, член-корреспондент Академии Наук СССР,
и И. И. УГОЛЬНИКОВ

ИЗМЕРЕНИЕ АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЙ ПАЛЬЦЕМ

Несколько лет тому назад один из нас показал, как можно измерять амплитуды колебаний телефонных мембран и тому подобных предметов, исходя из порога подпрыгивания песчинок на колеблющейся мембране (1). Но всякое явление, имеющее подходящей величины порог чувствительности, может быть использовано для той же цели, в частности и чувство осязания.

По современным данным (2) порог раздражения пальца, прикасающегося к колеблющемуся телу, определяется следующей таблицей:

Таблица 1. — Tabelle 1

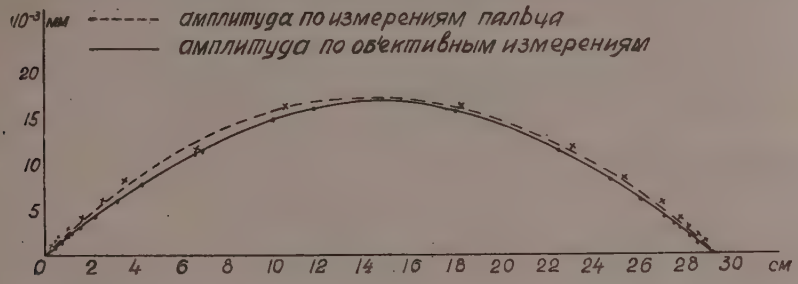
Частота Frequenz	32	64	128	256	1024
Амплитуда на пороге раздражения . . . . Amplitude an der Reizschwelle	10^{-4} см	$1 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$

Таких размеров амплитуды весьма обычны в акустической практике а потому вышеупомянутая метода легко может быть приложима.

Мы измеряли распределение амплитуд деревянного стержня, колебания которого возбуждались механизмом подобным электродинамическому громкоговорителю. Механизм этот питался током, частота амплитуд которого измерялась.

Расстояние места наблюдения от узла в см . . .	0.2	0.4	0.6	1	1.7	2.5
Амплитуда по объективным измерениям в условных единицах	0.0005	0.0035	0.00125	0.0018	0.00325	0.0048
Амплитуда по измерениям пальцем	0.001	0.00141	0.002	0.00282	0.004	0.0056
Отношение	0.5	0.6	0.625	0.638	0.813	0.85

Для измерения амплитуд колебаний в различных точках стержня к исследуемой точке прижимался палец, и отмечалась сила тока, соответствующая порогу раздражения. Так как амплитуда колебаний стержня несомненно пропорциональна амплитуде тока, то делением амплитуды, взятой из табл. 1, на наблюденную амплитуду тока можно найти амплитуду колебаний стержня в данном месте при токе, равном 1. Само значение



этой амплитуды не очень достоверно, хотя порядок величины передается правильно, но распределение амплитуд находится весьма недурно. В табл. 2 подобные измерения распределения амплитуд в стоячей волне сопоставляются с объективными, произведенными достаточно надежным способом.

Поступило
29. XI. 1934.

PHYSIK

DER FINGER ALS AMPLITUDENMESSER

Von N. ANDREJEV, Korrespondirendem Mitglied der Akademie, und I. UGOLNIKOV

Vor einigen Jahren hat der eine von uns gezeigt, wie man die Amplituden von Telephonmembranen und dergleichen Gegenständen messen kann, indem man die Schwelle des Aufspringens von Sandkörnchen auf der schwingenden Membran beobachtet[1]. Nun kann aber jede Erscheinung mit passender Reizschwelle für denselben Zweck verwendet werden, insbesondere auch die Reizschwelle des Tastsinnes.

Nach modernen Angaben[2] lassen sich die Reizschwellenwerte für den einen schwingenden Körper berührenden Finger wie in Tabelle 1 (S. 28), wiedergeben.

Amplituden von solcher Grössenordnung begegnet man öfters in der Praxis des Akustikers, so dürfte denn die obenerwähnte Methode leicht anwendbar sein.

Таблица 2—Tabelle 2

	6.5	10.5	18.1	23.3	25.4	27	27.9	28.2	28.7	28.9	29.3
35	0.011	0.0151	0.0159	0.0105	0.0072	0.0045	0.00275	0.00225	0.00125	0.0008	0
3	0.01128	0.016	0.016	0.01128	0.008	0.0056	0.004	0.0028	0.002	0.00141	0
	0.97	0.944	0.99	0.93	0.9	0.8	0.69	0.8	0.625	0.56	

Wir massen die Verteilung der Amplituden auf einem Holzstabe ab, dessen Schwingungen mit einem elektrodynamischen Apparat erregt wurden. Der Apparat wurde von einem Strom mit bekannter Frequenz und Amplitude gespeist.

Bei der Messung drückte man den Finger auf den erwünschten Punkt des Stabes und beobachtete die Grösse der Reizschwelle des entsprechenden Stromes. Die Schwingungsamplitude des Stabes ist sicher der Amplitude des Stromes proportional. Dieses erlaubt mit Hilfe der Tabelle 1 die Amplitude der Schwingungen für Stromstärke 1 zu finden. Die absolute Grösse der Amplitude ist natürlich nicht ganz sicher, aber die Grössenordnung steht festund relative Verteilung findet man ziemlich gut.

In Tabelle 2 (S. 28) werden die auf diese Weise gemessenen Amplituden mit den durch objektive Messung ermittelten verglichen. In der ersten Zeile sind die Entfernungen von gem Schwingungsknoten angegeben, in der zweiten Zeile — die Resultate der objektiven Messung in relativen Einheiten in der dritten Zeile — die nach den Fingerangaben bestimmten Amplituden in der letzten Zeile — das Verhältnis der beiden Grössen. Die Abbild. (S. 29) gibt dieselben Messungen wieder. Darunter entspricht die punktierte Kurve den Fingermessungen, die andere den objektiven Ermittelungen.

Eingegangen
d. 29.XI. 1934

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] N. Andrejev. E. N. T., Bd. 8, p. 488, 1931. Там же указаны предыдущие статьи. [2] V. O. Knudsen. Journ. General Psychol., 1, p. 320, 1928.

ФИЗИКА

О. И. ЛЕЙПУНСКИЙ

О СТЕРИЧЕСКОМ ФАКТОРЕ В УРАВНЕНИИ СКОРОСТИ АКТИВИРОВАННОЙ АДСОРБЦИИ

(*Представлено академиком Н. Н. Семеновым 2 XII 1934*)

Несмотря на большое число исследований в области активированной адсорбции, природа ее все еще остается неясной. Есть три основные конкурирующие точки зрения на природу активированной адсорбции. Согласно первой — активированная адсорбция происходит по обычной Ленгмюровской схеме адсорбции с той лишь разницей, что может адсорбироваться не каждая ударяющаяся о поверхность молекула, но лишь активированные молекулы с энергией, бо́льшей E.

Согласно второй точке зрения активированная адсорбция не представляет собой нового типа адсорбционных явлений, но объясняется диффузионными процессами — растворением в решетке.

Согласно третьей точке зрения активированно адсорбированные молекулы химически связаны с отдельными молекулами решетки, нарушенными местами решетки или молекулами примесей, причем осуществление этой связи может быть связано с диффузией. Если принять Ленгмюровскую схему активированной адсорбции, то скорость ее в прямолинейном участке должна выражаться формулой

$$v = \nu e^{-\frac{E}{RT}}, \qquad [1]$$

где E — энергия активации, ν — число падающих молекул на 1 см^2. При наличии на поверхности некоторой концентрации n адсорбированных молекул

$$v = \nu (1 - n\sigma)\, e^{-\frac{E}{RT}} - n\omega e^{-\frac{E+u}{RT}} = [\nu (1 - n\sigma) - n\omega e^{-\frac{u}{RT}}]\, e^{-\frac{E}{RT}}.$$

Для получения более точных характеристик активированной адсорбции был предпринят пересчет экспериментальных данных всех работ по активированной адсорбции.

При этом выяснилась любопытная закономерность, охватывающая все без исключения подсчитанные случаи активированной адсорбции: для всех систем экспериментальная скорость v меньше расчитанной по формуле [1] на 3—4—6 и больше порядков величины.

Таким образом в уравнение [1] следовало бы прибавить множитель A — стерический фактор порядка 10^{-4}—10^{-7}, разный для разных систем и зависящий от T и заполнения поверхности.

Таблица 1 — Tabelle 1

Gas	Adsorbent		T° C	P m	$V_{exp.}$	$V_{theor.}$
H_2	C	Frumkin & Burstein .	500	1.5	$3.4 \cdot 10^{15}$ Molek. g/sec.	$1.5 \cdot 10^{18}\, S\,(1)$
H_2	ZnO	Taylor & Sickman . .	184	470	$6.3 \cdot 10^{16}$ Molek. 20g/sec.	$1.8 \cdot 10^{20}\, S\,(20)$
O_2	Pt	Maxted & Hassid . . .	23	(760?)	$2 \cdot 10^{19}$ Molek. 11g/sec.	$7 \cdot 10^{23}\, S\,(11)$
H_2	MnO_2	McKinney	132	480	$6 \cdot 10^{-2}$ cc 24g/sec.	$4.7 \cdot 10^{2}\, S\,(24)$
CO	PdO	„	26	350	$3 \cdot 10^{17}$ $\frac{Mn^{O}}{?\ g/sec.}$	$2 \cdot 10^{21}\, S\,(?)$
CO	MnO_2	Zeldovič				$\lg \frac{V_{theor.}}{V_{exp.}} = 4$

[$S(n)$ обозначает поверхность n грамм адсорбента, т. е. величину порядка $n \cdot 10^5$. — $S(n)$ bedeutet die Oberfläche der n Gramm des Adsorbenten, also ungefahr $n \cdot 10^5$].

Заканчиваемые сейчас пересчеты работ конца 1933 г. и 1934 г. также дают стерический фактор. Таким образом, наличие его в уравнении скорости является, повидимому, характерной особенностью активированной адсорбции, которую следует учитывать при построениии ханизма процесса. Очевидно скорость процесса обусловливается не только активацией молекул в газовой фазе. Точно так же наличие стерического фактора не может быть сведено к отражению молекул, так как коэффициенты отражений не могут дать таких малых значений стерического фактора (коэффициенты аккомодации довольно велики, порядка десятых). Очевидно энергия активации молекул заключена в каком-то процессе, идущем на поверхности. Тэйлор, первый заметивший для одной из исследованных им систем, что экспериментальная скорость значительно меньше расчетной, предположил, что активированная адсорбция идет в две стадии. Сначала моле-

кулы адсорбируются обычным Ван-дер-Ваальсовским образом и потом из Ван-дер-Ваальсовского состояния переходят в состояние активированной адсорбции. Однако, если не предполагать при этом специального механизма для передачи энергии от поверхности адсорбированной молекуле, то получится не сближение расчетной и экспериментальной скорости, но еще большее расхождение. Число молекул, находящихся в Ван-дер-Ваальсовском состоянии в линейном участке

$$n = \nu^{\frac{1}{\omega}} e^{\frac{u}{KT}},$$

скорость активированной адсорбции

$$v = n\omega e^{-\frac{E}{KT}} = \nu e^{-\frac{E}{KT}} e^{\frac{u}{KT}}, \qquad [2]$$

т. е. скорость по формуле [1] множится на коэффициент, больший 1 ($e^{\frac{u}{KT}}$); тем самым расхождение экспериментальной и вычисленной скорости увеличивается, а не уменьшается, как это предполагал Тэйлор. Для объяснения стерического фактора остаются две возможности:

1) Стерический фактор обязан своим существованием специфическому механизму передачи энергии от поверхности к молекуле (Тэйлор) аналогично стерическому фактору в мономолекулярных реакциях (Геншелвуд).

Теоретические работы (Герцфельд, Мейер и др.), имеющие дело главным образом с Ван-дер-Ваальсовской адсорбцией, пока не дают возможности даже грубо прикинуть значение затрудненности передачи энергии. Экспериментальных данных для оценки этого обстоятельства также почти нет. Имеющиеся же данные (коэффициент аккомодации, термическое разложение) говорят против малого стерического фактора.

2) Стерический фактор отражает происходящую в адсорбированном слое диффузию по поверхности к так наз. „активным точкам", в поры или в решетку. Эта возможность нам представляется наиболее вероятной и пожалуй наиболее гибкой, так как она не предрешает вопроса о состоянии активированно адсорбированных молекул. Подмеченное Зельдовичем и Рогинским (CO на MnO_2) экспоненциальное возрастание стерического фактора с заполнением поверхности также говорит в пользу наличия на поверхности сложных диффузионных процессов. В настоящее время ведутся подсчеты разных возможных диффузионных процессов на поверхности и получаемых при этом „стерических факторов".

Резюме

1. Кинетика активированной адсорбции характеризуется наличием существенного стерического фактора в несколько порядков величины.

2. Наличие стерического фактора представляет собой, повидимому, общую закономерность для активированной адсорбции.

3. Высказывается предположение, что стерический фактор обязан своим происхождением диффузионным процессам — по поверхности или в решетку.

Ленинградский институт
химической физики.

Поступило
4 XI 1934.

PHYSIK

ÜBER DEN STERISCHEN FAKTOR IN DER GLEICHUNG DER AKTIVIERTEN ADSORPTION

Von O. LEIPUNSKIJ

(*Vorgelegt von N. Semionov, Mitglied der Akademie, d. 2. XII. 1934*)

Trotz der grossen Anzahl der Untersuchungen im Gebiete der aktivierten Adsorption bleibt ihre Natur noch unklar. Es gibt drei konkurrierende Standpunkte betreffend die Natur der aktivierten Adsorption. Laut der ersten Auffassung geschieht die Adsorption nach dem gewöhnlichen Langmuir'schen Schema mit demjenigen Unterschied aber, dass von allen gegen die Oberfläche stossenden Molekülen nur diejenigen aktivierten Moleküle adsorbiert werden können, welche eine Energie besitzen, die grösser ist als E. Nach der zweiten Auffassung stellt die aktivierte Adsorption keinen neuen Typus der Adsorptionserscheinungen dar; sie wird durch den Diffusionsprozess (Lösung im Gitter) erklärt. Vom dritten Standpunkt betrachtet, sind die aktiviert adsorbierten Moleküle mit den einzelnen Gittermolekülen, oder mit den gestörten Gittergebieten, oder, schliesslich, mit den Molekülen der Beimengungen chemisch verbunden, wobei diese Bindung durch eine Diffusion verwirklicht sein kann.

Wenn man das Langmuir'sche Schema für die aktivierte Adsorption annimmt, so muss die Adsorptionsgeschwindigkeit in dem geradlinigen Gebiet durch die Formel

$$v = \nu e^{-\frac{E}{RT}} \qquad [1]$$

ausgedrückt werden, wo E die Aktivationsenergie, ν die Anzahl der pro cm² auffallenden Moleküle ist. Wenn die Konzentration der Moleküle auf der Oberfläche gleich n ist, so erhalten wir

$$v = \nu (1 - n\sigma) e^{-\frac{E}{RT}} - n\omega e^{-\frac{E+u}{RT}} = [\nu (1 - n\sigma) - n\omega e^{-\frac{u}{RT}}] e^{-\frac{E}{RT}}.$$

Um eine präzise Charakteristik der aktivierten Adsorption zu erhalten, wurde eine Umrechnung der experimentellen Ergebnisse einer Reihe von Untersuchungen über aktivierte Adsorption vorgenommen. Dabei ergab sich eine interessante Gesetzmässigkeit, der alle betrachteten Fälle sich unterordnen: der nach der Formel [1] berechnete Wert von v überwiegt für alle Systeme den experimentellen Wert von v um 3—4—6 und mehr Grössenordnungen. Also, müsste man in die Formel [1] einen Multiplikator A—den sterischen Faktor—von der Grössenordnung 10^{-4} bis 10^{-7} einführen, welcher für verschiedene Systeme verschieden ist und von der Temperatur und der Oberflächenausfüllung abhängt.

Die jetzt zu Ende kommenden Umrechnungen der Untersuchungsresultate von Ende 1933 und 1934 ergeben auch einen sterischen Faktor, und sein Auftreten in der Geschwindigkeitsgleichung stellt eine spezifische Eigentümlichkeit der aktivierten Adsorption dar, welche man beim Aufbauen des Mechanismus des Prozesses in Betracht ziehen muss. Die Geschwindigkeit des Prozesses ist anscheinend nicht nur durch die Aktivation dersich in der Gasphase befindenden Moleküle bedingt. Ebenso kann das Vorhandensein des sterischen Faktors nicht nur durch die Reflexion der Moleküle erklärt werden, da die Reflexionskoeffizienten nicht solche kleine Werte des sterischen Faktors ergeben können (die Akkommodationskoeffizienten sind gross genug — von der Ordnung einiger Zehntel). Anscheinend ist die Aktivationsenergie der Moleküle in irgend einem auf der Oberfläche stattfindenden Prozesse konzentriert. Taylor, der als erster für ein von ihm

untersuchtes System bemerkt hat, dass die experimentell bestimmte Geschwindigkeit kleiner, als die theoretisch berechnete ist, setzte voraus, dass die aktivierte Adsorption aus zwei Stadien besteht. Zuerst werden die Moleküle nach dem gewöhnlichen van-der-Waals'schen Schema adsorbiert, und daraufhin gehen sie aus dem van-der-Waals'schen Zustand in den Zustand der aktivierten Adsorption über. Wenn man aber dabei keinen speziellen Mechanismus für die Energieabgabe von der Oberfläche zum adsorbierten Molekül annimmt, so erhalten wir noch eine grössere Diskrepanz zwischen dem berechneten und dem experimentellen Wert der Geschwindigkeit. Die Anzahl der im van-der-Waals'schen Zustande sich befindenden Moleküle (im linearen Gebiet der Isotherme) ist:

$$n = \nu \frac{1}{\omega} e^{\frac{u}{RT}}$$

Die Geschwindigkeit der aktivierten Adsorption ist:

$$v = n\omega e^{-\frac{E}{RT}} = \nu e^{-\frac{E}{RT}} e^{\frac{u}{RT}}; \qquad [2],$$

d. h. die nach der Formel [1] berechnete Geschwindigkeit wird mit einem Koeffizienten, grösser als 1 ($e^{\frac{u}{RT}}$), multipliziert; damit wird die Diskrepanz zwischen dem berechneten und dem experimentell beobachteten Geschwindigkeitswert vergrössert, nicht aber vermindert, wie es von Taylor gemeint wurde. Zur Erklärung des sterischen Faktors bleiben zwei Möglichkeiten:

1) Der sterische Faktor wird durch den spezifischen Mechanismus der Energieabgabe von Oberfläche zu Molekül (analog dem sterischen Faktor in monomolekularen Reaktionen) verursacht (Hinshelwood).

Die theoretischen Arbeiten (Herzfeld, Mayer u. a.), welche hauptsächlich nur die van-der-Waals'sche Adsorption betrachten, ergeben fürs erste keine Möglichkeit sogar annähernd die Schwierigkeit der Energieabgabe zu berechnen. Es gibt bisjetzt auch keine experimentellen Angaben zur Abschätzung dieses Umstandes. Die uns zugänglichen Angaben aber (der Akkommodationskoeffizient, die thermische Zersetzung) sprechen gegen einen kleinen sterischen Factor.

2) Der sterische Faktor wird von einer auf der Oberfläche stattfindenden Diffusion verursacht, die sich auf die so genannten „aktiven Punkte" in Poren oder im Gitter richtet. Diese Hypothese scheint uns die bequemste zu sein, da sie die Frage über den Zustand der aktiviert adsorbierten Moleküle nicht berührt. Die von Seldowitsch und Roginsky beobachtete exponentielle Zunahme des sterischen Faktors (CO auf MnO_2, O_2 auf Ag) mit der Zunahme der Oberflächenausfüllung spricht auch dafür, dass sich auf der Oberfläche komplizierte Diffusionsprozesse abspielen. Zurzeit, werden verschiedene Berechnungen verschiedener möglichen Diffusionsprozesse auf der Oberfläche und der dabei sich ergebenden „sterischen Faktoren" gemacht.

Zusammenfassung

1) Die Kinetik der aktivierten Adsorption wird durch das Vorhandensein eines bedeutenden sterischen Faktors von einigen Grössenordnungen charakterisiert. 2) Das Vorhandensein des sterischen Faktors stellt, anscheinend, eine allgemeine Gesetzmässigkeit für aktivierte Adsorption dar. 3. Es wird eine Vermutung ausgesprochen, dass die Existenz des ssterischen Faktors durch die Diffusionsprozesse — auf der Oberfläche, oder ins Gitterinnere — verursacht wird.

Institut für chemische Physik.
Leningrad.

Eingegangen
d. 4. XI. 1934.

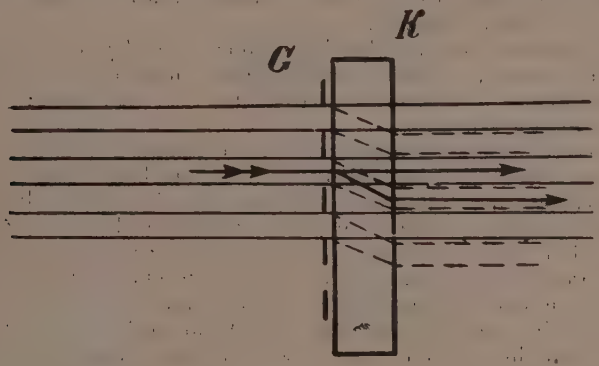
Е. М. БРУМБЕРГ

НОВЫЙ СВЕТОСИЛЬНЫЙ ПОЛЯРИСКОП

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 1 XII 1934*)

Существует несколько типов чувствительных полярископов. Во всех известных конструкциях пользуются обычно интерференционной картиной, даваемой поляризованным светом, прошедшим через систему вырезанных соответственным образом кристаллических пластин и через поляризационную призму. Наибольшей чувствительностью отличается пластинка Савара.

Ниже описан новый тип полярископа, построенный на ином принципе, сравнительно очень простой, светосильный и пригодный для работы в ультрафиолетовом спектре.



Действие прибора схематически дано выше. K — пластинка исландского шпата, вырезанная по естественным граням; G — прозрачная решотка, состоящая из равных светлых и темных полос. Такую решотку проще всего приготовить фотографическим способом. При некотором соотношении толщины кристалла и постоянной решотки ($\sim 9:1$) штрихи через кристалл не видны. Это будет тогда, когда тени черных линий точно закроются светлыми линиями, отклоненными в необыкновенном луче (см. фигуру). Совпадение границы полос весьма точно достигается осторожным поворотом решотки. Светлое поле, представляющееся глазу однородным, на самом деле состоит из чередующихся полос со взаимно перпендикулярным состоянием поляризации света. Если в исследуемом свете интенсивность соответствующих векторов не равна (частичная поляризация), то на светлом поле выступят темные полосы. При полной поляризации картина достигает максимальной контрастности.

Полосы в данном случае не интерференционные, а теневые, поэтому они наблюдаются без анализатора, вследствие чего весьма значительно повышается светосила установки.

Новый полярископ может быть с удобством использован для работы в ультрафиолетовой области, так как он в отличие от всех подобных приборов имеет склейки и не требует николя. Плоскость решотки, приготовленной в этом случае на кварце фотомеханическим способом (без желатины) через кристалл фокусируется на фото-пластинку.

Полярископ с решоткой может заменить в поляриметре Корню и некоторых других приборах волластонову призму. Он дешевле ее и повышает чувствительность и светосилу прибора.

Государственный оптический институт. Ленинград

Поступило 1 XII 1934.

EIN NEUES LICHTSTARKES POLARISKOP

Von E. BRUMBERG

(*Vorgelegt von S. Wawilow, Mitglied der Akademie, d. 1.XII.1934*)

Es gibt mehrere Typen empfindlicher Polariskope. In allen bekannten Konstruktionen wird gewöhnlich ein Intereferenzbild benutzt. Letzteres wird durch polarisiertes Licht erzeugt, das durch ein System von entsprechend herausgeschnittenen Kristallplatten und durch ein Polarisations prisma hindurchgegangen ist. Die Savartsche Platte zeichnet sich durch die grösste Empfindlichkeit aus.

Unten geben wir die Beschreibung eines neuen Typus des Polariskops, der auf einem neuen, verhältnismässig sehr einfachen Prinzip aufgebaut ist, über eine grosse Lichtstärke verfügt und für die Arbeit im ultravioletten Spektrum geeignet ist.

Die Verwendung der Vorrichtung ist schematisch auf der beigelegten Zeichnung dargestellt (S. 35). K ist eine Platte aus Islandspat, die nach den natürlichen Grenzflächen herausgeschnitten ist; G — ist ein durchsichtiges Gitter, das aus gleichen hellen und dunklen Streifen besteht. Ein deratiges Gitter lässt sich am einfachsten auf photographischem Wege herstellen. Bei einem gewissen Verhältnis der Kristalldicke zur Gitterkonstante ($\sim 9:1$) sind die Striche durch den Kristall nicht zu sehen. Dieses wird dann der Fall sein, wenn die Schatten der schwarzen Linien genau durch die im ausserordentlichen Strahle abgelenkten hellen Linien verdeckt werden. Das Zusammenfallen der Streifengrenze wird genau durch eine vorsichtige Drehung des Gitters erzielt. Das helle Feld, das dem Auge gleichartig erscheint, besteht in Wirklichkeit aus abwechselnden Streifen mit zueinander senkrechten Polarisationzuständen des Lichtes. Wenn in dem zu Untersuchenden Lichte die Intensität der entsprechenden Vektoren ungleich ist (partielle Polarisation), so treten die dunklen Streifen auf dem hellen Felde hervor. Bei vollständiger Polarisation erreicht das Bild die maximale Kontrastwirkung.

Die Streifen sind in diesem Falle keine Interferenzstreifen, sondern Schattenstreifen und können daher ohne Analysator beobachtet werden, weshalb auch die Lichtstärke der ganzen Vorrichtung bedeutend steigt. Das neue Polariskop kann bequem für die Arbeit im ultravioletten Gebiet verwandt werden, denn zum Unterschied von allen ähnlichen Vorrichtungen besitzt es zusammengekittete Teile und verlangt keinen Nicol. Die Gitterfläche, die in diesem Falle auf photomechanischem Wege (ohne Gelatine) auf Quarz hergestellt wird, wird durch den Kristall auf der Photoplatte in den Brennpunkt gerückt.

Das mit einem Gitter versehene Polariskop kann im Polarimeter von Cornu und in einigen anderen Vorrichtungen das Wollastonsche Prisma ersetzten. Es ist billiger und steigert die Empfindlichkeit und Lichtstärke der Vorrichtung.

Staatliches Optisches Institut. Leningrad.

Eingegangen d. 1. XII. 1934.

В. П. ДУБОВ

СЕЙШИ БАЛТИЙСКОГО МОРЯ И СВЯЗЬ ИХ С ЛЕНИНГРАДСКИМИ НАВОДНЕНИЯМИ

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 31 X 1934*)

1. Исследование на модели. Балтийское море с заливами представляет собою почти замкнутый басссейн, соединенный узкими и мелкими проливами с Немецким морем. Возникает вопрос о собственных колебаниях, или сейшах, этого бассейна.

Наблюдаемые С. А. Советовым,(1) А. И. Ильиной(2) и Л. Рудовицем(3) сейшеобразные колебания не могут быть отнесены, по малости их периода, к сейшам всего бассейна Балтийского моря. Р. Виттинг(4) на основании разноречивых данных, полученных из теории Кристаля и Хонда, Терадо, Иошида и Изитани, полагает наиболее вероятным период одноузловой сейши 28—31 час, триузловой — 14—15 часов, оставляя открытым вопрос о периодах сейши других порядков.

Таким образом, проблему сейши Балтийского моря нельзя считать разработанной.

В связи с этим, а также имея в виду возможную связь сейши с наводнениями в Ленинграде, мы предприняли исследование сейш Балтийского моря по методу моделей, уже примененному с успехом для исследования сейш японских бухт и озер(5) и озера Байкала(6). Результаты были сравнены с данными, полученными из обследования мареограмм.

Основой метода служит соотношение для определения периода колебаний бассейна, данное В. Н. Соловьевым(6):

$$T = T' \frac{m}{\sqrt{n}} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{1}{6}\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)^2} \right\} \frac{2\pi}{2\pi + \delta}.$$

Здесь T' — наблюдаемый период колебаний в модели, m — горизонтальный, n — вертикальный масштаб последней, δ — декремент затухания в модели, h — средняя глубина ее, λ — длина волны сейши.

Приборы и опыты. а) Модель построена из цемента на основании карт №№ 1451, 1557, 1595, 1698 Главного гидрографического управления. Ее горизонтальный масштаб 1 : 1 351 980, вертикальный 1 : 1200.*

Ввиду того, что проливы, соединяющие Балтийское море с Немецким, узки и неглубоки по сравнению со средней глубиной Балтийского моря, мы сочли возможным замкнуть модель в проливе Зунд, около Копенгагена, и около о. Лагеланд от пролива Большой Бельт. Это отступление от действительности не может повлиять на общую картину сейш.

Длина модели по тальвегу Датские берега — Ленинград — 90 см, по тальвегу Датские берега — оконечность Ботнического залива — 120 см. Максимальная глубина 24 см. Средняя глубина 4.4 см.

b) Для записи колебаний был применен незначительно видоизмененный самопишущий прибор, описанный В. Н. Соловьевым.(6)

c) Чистые сейши возбуждались небольшой лопаточкой.

Периоды колебания T' и декремент затухания δ определялся для каждой сейши как среднее из наблюдения не менее 30 кривых, записанных прибором.

* Модель построена б. аспирантом Академии Наук М. З. Нодиа при любезном содействии проф. Л. В. Шервуда.

В нижеследующей таблице дана сводка результатов.

	T' sec.	δ	λ_n cm	T
T	4.855	0.557	240	48^h13^m
T_1	2.980	0.409	190	30^h12^m
T_2	2.848	0.221	90	24^h13^m
T_3	1.366	0.268	60	13^h43^m
T_4	0.885	0.268	45	8^h11^m

За длину волны одноузловой сейши системы Балтийское море — Финский залив и Балтийское море — Ботнический залив взята соответствующая удвоенная длина тальвега. λ_n получено просто делением на n; T' выражено в секундах.

Ввиду разветвленной формы бассейна картина сейш довольно своеобразна.

На фиг. 1—5 схематически дано расположение узлов и пучностей вертикальных смещений и линий тока обнаруженных сейш. Места узлов изображены в виде прерывистых линий, места пучностей — пунктиром.

Здесь наблюдается прежде всего одноузловая сейша (фиг. 1) с периодом $T=48^h13^m$ с узлом у Аландских о-вов. Основное направление линий тока: оконечность Ботнического залива — Датские берега; небольшая часть их заходит в Финский залив, который резонирует лишь слабо.

Наибольший интерес представляют четыре сейши, развивающиеся по тальвегу: собственно Балтийское море — Финский залив.

Одноузловая сейша (фиг. 2) с периодом $T_1=30^h12^m$ имеет узел, расположенный между Виндавой и Либавой и проходящий через середину о. Готланда. Линии тока в Ботнический залив заходят незначительно. Правильных колебаний при этом в нем не наблюдается.

Двухузловая сейша (фиг. 3) с периодом $T_2=24^h13^m$ имеет узлы в горле Финского залива (около Ганге) и против о. Рюген. Эта сейша развивается весьма правильно, причем линии тока заходят и в Ботнический залив, который с таким же периодом интенсивно резонирует, образуя два узла: у Аландских о-вов и по линии Николайстад — Умео.

Трехузловая сейша (фиг. 4) с периодом $T_3=13^h43^m$ имеет узлы по линии Поланген — Кальмар, Гиедсер — о. Бург и западнее Гельсингфорса. В Ботническом заливе — неправильные колебания.

Четырехузловая сейша (фиг. 5) имеет период $T_4=8^h11^m$. Она чрезвычайно правильна и представляет собой наиболее неожиданное расположение узлов и пучностей. Характерно, что центральный узел направлен вдоль Балтийского моря: от Аландских о-вов через о. Готланд на Рикскефт, так что центральная часть Балтийского моря совершает поперечные колебания. Большая амплитуда колебаний наблюдается на шведской стороне против о. Готланда, ввиду одновременного вступления туда линий тока как с северной стороны, так и с южной.

Юго-западная часть Балтийского моря и Финский залив имеют продольные колебания. Здесь узлы расположены в направлениях о. Рюген — маяк Смегехук, о. Бург — о. Лоланд. Благодаря близости их амплитуды колебаний в обозначенных на рисунке пучностях чрезвычайно велики.

Четвертый узел расположен поперек Финского залива около Нарвской губы. Линии тока входят в Ботнический залив, который совер-

шает колебания такого же периода, образуя узлы по направлениям Питес — Брагестад и Бьернеборг — Худиксвалл.

Расположение узлов и пучностей сейш различного порядка, найденные на модели, указывает, на каких мареографических станциях наиболее выражена та или иная сейша.

В отношении станций Финского залива укажем лишь, что в Ганге не должна наблюдаться сейша с периодом T_2 (узел); в Ревеле и Гельсингфорсе сейша с периодом T_3, а в Усть-Луге сейша с периодом T должны быть выражены слабо, ввиду близости узлов.

Фиг. 1. — Abb. 1.

Фиг. 2. — Abb. 2.

Фиг. 3. — Abb. 3.

Фиг. 4. — Abb. 4.

Фиг. 5. — Abb. 5.

Расположение узлов и пучностей сейш, найденных на модели, указывают также на более рациональное, с точки зрения изучения сейш в действительности, расположение предполагаемых к постройке новых мареографических станций.

Интересно отметить, что периоды колебаний одно- и трехузловой сейши, найденные на модели, весьма близки к предсказанным из теоретических соображений Р. Виттингом в цитированной работе.

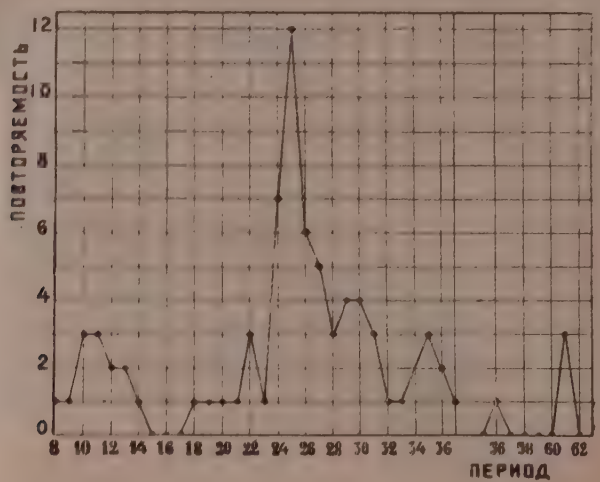
2. Сравнение с действительностью было приведено путем обследования мареограмм станций Усть-Луга (часть 1928 и 1929 гг.), Ленинград-Порт (1923 г.) и Ораниенбаум (часть 1930 г.)* Все сейши, предсказанные опытами на модели для системы собственно Балтийское море — Финский залив, были обнаружены.

Наиболее детально обследована двухузловая сейша, часто и порой совершенно правильно выраженная. За 7 обследованных месяцев мы наблюдали пятнадцать серий таких сейш (от 2 до 8 колебаний в серии). Их средние периоды: 24^h55^m, 24^h30^m, 25^h05^m, 24^h15^m, 23^h48^m, 25^h43^m, 25^h,

* Мареограммы любезно предоставлены Ленинградским обл. гидро-мет. бюро.

24^h50^m, 25^h24^m, 25^h20^m, 24^h55^m, 25^h48^m, 25^h38^m, 24^h30^m, 25^h32^m. Средний период всех серий 24^h50^m. Периоды отдельных колебаний лишь редко отклоняются от среднего периода на 2—3 часа. Двойная амплитуда их во многих случаях превышает 3 дециметра и достигает до 1 м.

Следующий по повторяемости идет четырехузловая сейша. За 15 обследованных месяцев мареограмм станций Ораниенбаум и Ленинград-Порт обнаружено десять наиболее правильно выраженных серий сейш (от двух до восьми колебаний в серии) со средними периодами: 7^h55^m, 8^h40^m, 7^h16^m, 7^h17^m, 8^h41^m, 7^h52, 7^h42^m 8^h30^m, 8^h35^m, 6^h48. Средний период всех серий: 7^h55^m. Отклонение периодов отдельных колебаний от среднего периода сейши 1—2 часа. Двойная амплитуда колебаний достигает 30—50 см.



Фиг. 6. — Abb. 6.

Реже встречается трехузловая сейша. Некоторые из наблюдаемых серий сейш мы приводим. На станции Ленинград-Порт наблюдались: 21—22 III 1923 г. колебания с периодами: 16^h05^m, 14^h20^m, 12—13 VIII 1923 г.: 14^h30^m, 15^h10^m, на станции Ораниенбаум наблюдались: 14—15 IV 1930 г. Колебания с периодами 12^h05^m, 13^h55^m, 11^h20^m и 27—29 VIII 1930 г.: 12^h20^m, 13^h10^m, 13^h10^m. Средний период их 13^h36^m. Двойная амплитуда колебаний достигает 30 см.

Так же редко встречаются правильные колебания с периодом 30—36 часов, близким к периоду одноузловой сейши.

3. Связь сейш с наводнениями в Ленинграде. М. А. Рыкачевым [7] высказана мысль о прогрессивной волне, набегающей при наводнении с моря. Последующие авторы [1, 2, 8] часто ищут эту волну, отстающую по фазе по мере приближения к Ленинграду. Теория сейш приводит, наоборот, к заключению об одновременном подъеме уровня от узла к пучности. Нам удалось показать именно такой характер подъема в двух из пяти случаев, детально изученных С. А. Советовым [1]. В более сложных случаях мы имеем нечто вроде дикротной сейши, с двойным распределением налагающихся узлов и пучностей, но одновре-

менность в каждой системе удерживается полностью. Прогрессирующей волны усмотреть не удается, а в одном случае пришлось бы даже допустить движение волны в обратном направлении. Весьма хорошо укладываются в схему двойной (дикротной) сейши записи различных станций при знаменитом наводнении 24 IX 1924 г. (8)

За подробным обоснованием всех этих утверждений мы отсылаем к нашей подробной статье, имеющей появиться в непродолжительном времени.

Мы обработали также имеющийся в нашем распоряжении материал статистически.* Результат изображен на фиг. 6, где на оси абсцисс отложен „период" наводнения,** а по оси ординат повторяемость наводнений данного периода. Из чертежа усматривается следующее:

a) Самый высокий максимум повторяемости приходится около периода в 25 часов, что точно совпадает с периодом двухузловой сейши Балтики.

b) Следующий по высоте максимум совпадает с периодом в 30 часов (одноузловая сейша).

c) Имеется размытый максимум между периодами в 8 и 14 часов, что также соответствует двум изученным нами сейшам.

d) В промежутке периодов между 14 и 23 часами, где по нашей теории не должно быть никаких сейш, статистика показывает резкое падение (даже до нуля) числа наводнений.

e) Неясный по происхождению максимум при 34—35 часах и группа подъемов при 56—61 часах.

Совокупность указанного материала позволяет с уверенностью заключить о непосредственном участии сейш Балтики в образовании явления наводнений и ставит задачу об изучении с соответственной точки зрения других элементов, ему сопутствующих (метеорологических и др.).

В заключение приношу глубокую благодарность проф. Т. П. Кравцу за предложенную тему исследования и непосредственное руководство.

Физико-математический институт
им. В. А. Стеклова Академии Наук СССР.
Ленинград.

Поступило
31 X 1934

GEOPHYSIK

DIE SEICHES DER OSTSEE UND DEREN ZUSAMMENHANG MIT DEN LENINGRADER ÜBERSCHWEMMUNGEN

Von W. DUBOV

(*Vorgelegt von S. Wawilow, Mitglied der Akademie, d. 31. X. 1934*)

1. Einleitung. Die Ostsee mit ihren Meerbusen stellt einen fast geschlossenen Behälter dar, der nur durch schmale und seichte Meerengen mit der Nordsee verbunden ist. Es entsteht die Frage über die eigenen Schwingungen oder Seiches dieses Behälters.

* Записи мареографов любезно предоставлены Главной геофизической обсерваторией.

** Мы называем так промежуток времени между минимумом стояния воды до наводнения и минимумом же после наводнения.

Die von S. Sovetov (1), A. Iljina (2) und L. Rudowitz (3) beobachteten Seiches-ähnlichen Schwingungen können wegen der geringen Grösse ihrer Schwingungsdauer nicht zu den Seiches der ganzen Ostsee gerechnet werden. R. Witting (4) nimmt auf Grund widersprechender Angaben, die an der Hand der Theorien von Krystal bzw. Honda, Terada, Ioshida und Isitani erzielt wurden, an, dass die wahrscheinlichste Schwingungsdauer der einknötigen Seiches 28 bis 31 Stunden beträgt, die der dreiknötigen — 14 bis 15 Stunden, und lässt die Frage nach der Schwingungsdauer der Seiches der übrigen Ordnungen offen.

Das Problem der Seiches der Ostsee kann demnach nicht als geklärt angesehen werden.

Darum und auch im Hinblick auf die Möglichkeit eines Zusammenhanges der Seiches mit den Überschwemmungen in Leningrad, unternahmen wir eine Untersuchung der Ostsee-Seiches nach der Methode der Modelle, die bereits zur Untersuchung der Seiches der japanischen Buchten und Seen (5) bzw. des Baikalsees (6) ihre erfolgreiche Anwendung gefunden hat. Die Resultate wurden mit den aus der Untersuchung der Mareogramme erhaltenen Befunden verglichen.

1. Untersuchungen am Modell. Der Methode liegt die Formel zugrunde, die zur Bestimmung der Schwingungsdauer eines natürlichen Behälters aus derjenigen im Modell dient, von W. Solovjov gegeben (6):

$$T = T' \frac{m}{\sqrt{n}} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{1}{6}\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)^2} \right\} \frac{2\pi}{2\pi + \delta}.$$

Hier ist T' die beobachtete Schwingungsdauer im Modell, m — die horizontale, n — die vertikale Verkleinerung des letzteren, δ — das logarithmische Dekrement der Schwingungen im Modell, h — dessen mittlere Tiefe, λ — die Wellenlänge der Seiches.

Apparatur und Experimente. a) Das Modell ist aus Zement auf Grund der Karten №№ 1451, 1557, 1595 und 1698 der Hydrographischen Hauptverwaltung gebaut. Seine horizontale Verkleinerung beträgt 1:1351980, die vertikale 1:1200.* Im Hinblick darauf, dass die Meerengen, welche die Ostsee mit der Nordsee verbinden, mit der mittleren Tiefe der Ostsee verglichen, sehr eng und seicht erscheinen, haben wir es für möglich angesehen, das Modell in der Sund-Strasse bei Kopenhagen und bei der Insel Lageland von der Meerenge des Grossen Belts abzuschliessen. Diese Abweichung von der Wirklichkeit kann auf das Gesamtbild der Seiches keinen merklichen Einfluss ausüben.

Die Länge des Modells beträgt längs dem Talwege: Dänische Küsten — Leningrad 90 cm, längs dem Talwege Dänische Küsten — Ende des Bothnischen Meerbusens 120 cm. Die maximale Tiefe war 24 cm, die mittlere — 4.4 cm.

b) Zur Registrierung der Schwingungen wurde ein unbedeutend abgeänderter selbstregistrierender Apparat nach W. Solovjov (6) angewandt.

c) Reine Seiches wurden mittels einer kleinen Schaufel angeregt.

Die Schwingungsdauer T' und das Dekrement δ wurde für jede Seiche als Mittel aus nicht weniger als 30 vom Apparat aufgezeichneten Kurven ermittellt.

Tabelle (S. 38) enthält eine Zusammenstellung der Resultate.

* Das Modell wurde vom Aspiranten der Akademie der Wissenschaften M. Nodia unter gefälliger Mitwirkung von Prof. L. Sherwood gebaut.

Die Wellenlänge der einknötigen Seiches im System Ostsee — Finnischer Meerbusen und Ostsee — Bothnischer Meerbusen ist gleich der verdoppelten Länge des Talwegs angenommen. λ_n wurde einfach durch Division durch n gefunden; T' ist in Sekunden ausgedrückt.

Infolge der verzweigten Form des Behälters ist das Bild der Seiches recht eigenartig. Auf den Abb. 1—5 ist schematisch die Anordnung der Schwingungsknoten bzw. Bäuche der vertikalen Verschiebungen und der Stromlinien der aufgefundenen Seiches dargestellt. Die Knotenlinien sind gestrichen, die jenigen der Schwingungsbäuche — punktiert aufgetragen.

Hier ist vor allem eine einknötige Seiche (Abb. 1, S. 39) mit der Schwingungsdauer $T = 48^h\,13^m$ und einem Knoten bei den Ålands-Inseln zu beobachten. Hauptrichtung der Stromlinien: Ende des Bothnischen Meerbusens — Dänische Küsten; ein kleiner Teil dringt in den Finnischen Meerbusen ein, welcher nur schwach mitschwingt.

Das grösste Interesse bieten vier Seiches, die sich längs dem Talweg entwickeln: eigentliche Ostsee — Finnischer Meerbusen.

Die einknötige Seiche (Abb. 2, S. 39) mit der Schwingungsdauer $T_1 = 30^h\,12^m$ hat einen zwischen Windau und Libau gelegenen Knoten, der durch die Mitte der Insel Gotland verläuft. In den Bothnischen Meerbusen dringen die Stromlinien wenig ein; in letzterem werden dabei keine regelmässigen Schwingungen beobachtet.

Die zweiknötige Seiche (Abb. 3, S. 39) mit der Schwingungsdauer $T_2 = 24^h\,13^m$ hat Knoten in der Kehle des Finnischen Meerbusens (bei Hangö) bzw. gegenüber der Insel Rügen. Diese Seiche entwickelt sich sehr regelmässig, wobei Stromlinien auch in den Bothnischen Meerbusen eindringen, der mit derselben Schwingungsdauer intensiv mitschwingt, indem er zwei Knoten bildet: den einen bei den Åland-Inseln und den anderen auf der Linie Nikolaistad — Umeå.

Die dreiknötige Seiche (Abb. 4, S. 39) mit der Schwingungsdauer $T_3 = 13^h\,43^m$ hat Knoten auf der Linie Polangen — Kalmar, Hiedser — Insel Burg und westlich von Helsingfors. In Bothnischen Meerbusen verursacht sie nur unregelmässige Schwingungen.

Die vierknötige Seiche (Abb. 5, S. 39) hat eine Schwingungsdauer $T_4 = 8^h\,11^m$. Sie ist ausserordentlich regelmässig und zeigt eine höchst überraschende Anordnung der Schwingungsknoten bzw. Bäuche. Auffallend erscheint, dass die zentrale Knotenlinie längs der Ostsee, von den Ålands-Inseln über die Insel Gotland nach Rixhöft gerichtet ist, so dass der zentrale Teil der Ostsee transversale Schwingungen ausführt. Eine grosse Amplitude der Schwingungen wird an der schwedischen Seite gegenüber der Insel Gotland beobachtet, was durch das dort stattfindende gleichzeitige Eintreffen der Stromlinien sowohl von der nördlichen, als von der südlichen Seite verursacht wird. Der südwestliche Teil der Ostsee und der Finnische Meerbusen erweisen dabei longitudinale Schwingungen. Hier liegen die Knoten in den Richtungen: Insel Rügen — Leuchtturm Smögehuk, Insel Burg — Insel Lolland. Infolge der Nähe der Knotenlinien sind die Schwingungsamplituden in den auf der Zeichnung dargestellten Schwingungsbäuchen ausserordentlich gross.

Die vierte Knotenlinie verläuft über den Finnischen Meerbusen bei der Narwa-Mündung. Die Stromlinien treten in den Bothnischen Meerbusen, der Schwingungen mit derselben Schwingungsdauer ausführt, indem er Knoten in der Richtung Piters — Brahestad und Björneborg — Hudiksvall bildet.

Die Anordnung der Knoten und Schwingungsbäuche der Seiches verschiedener Ordnung, die am Modell gefunden wurden, zeigt, bei welchen mareographischen Stationen diese oder jene Seiche am meisten ausgeprägt zu finden ist. In Bezug auf die Stationen des Finnischen Meerbusens sei nur darauf hingewiesen, dass in Hangö keine Seiche mit der Schwingungsdauer T_2 (Knoten) zu beobachten sein muss; in Reval und Helsingfors muss die Seiche mit der Schwingungsdauer T_3 und in Ust-Luga die Seiche mit derjenigen T_4 schwach ausgeprägt sein infolge der Nähe der Knoten. Die Ermittelung der Anordnung der Knoten bzw. Bäuche im Modell gestattet eine zweckmässige Auswahl der Ortspunkte, wo neue mareographische Stationen zur Erforschung der Seiches angebracht werden müssen.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass die am Modell festgestellten Schwingungsdauern der ein- und dreiknötigen Seiches den von R. Witting auf Grund theoretischer Erwägungen in der zitierten Arbeit vorhergesagten sehr nahe kommen.

2. Der Vergleich mit der Wirklichkeit wurde an der Hand eines Studiums der Mareogramme der Stationen: Ust-Luga (ein Teil der Jahre 1928 und 1929), Leningrad-Port (1923) und Oranienbaum (ein Teil des Jahres 1930)* ausgeführt. Alle Seiches, die auf Grund der Versuche am Modell für das System: eigentliche Ostsee — Finnischer Meerbusen vorhergesagt waren, konnten festgestellt werden. Am ausführlichsten wurde die zweiknötige Seiche untersucht, die oftmals ganz regelmässig ausgeprägt erscheint. Für die Zeitdauer der 7 untersuchten Monate konnten wir 15 Serien solcher Seiches (2 bis 8 Schwingungen in der Serie) auffinden. Ihre mittleren Schwingungsdauer sind: 24^h55^m, 24^h30^m, 25^h05^m, 24^h15^m, 23^h48^m, 25^h43^m, 25^h, 24^h50^m, 25^h24^m, 25^h20^m, 24^h55^m, 25^h48^m, 25^h38^m, 24^h30^m, 25^h32^m. Die mittlere Schwingungsdauer sämtlicher Serien beträgt 24^h50^m. Die einzelnen Schwingungsdauern weichen nur selten um 2—3 Stunden von dem Mittel ab. Die doppelte Amplitude übertrifft öfters 3 Dezimeter und erreicht 1 m.

In Bezug auf ihre Haüfigkeit steht nächstfolgend die vierknötige Seiche. Für die Zeitdauer der 15 an den Mareogrammen der Stationen Oranienbaum und Leningrad-Port untersuchten Monate wurden 10 am regelmässigsten ausgeprägte Serien von Seiches (2 bis 8 Schwingungen in der Serie) festgestellt, mit den mittleren Schwingungsdauern 7^h55^m, 8^h40^m, 7^h16^m, 7^h17^m, 8^h41^m, 7^h52^m, 7^h42^m, 8^h30^m, 8^h35^m, 6^h48^m. Mittlere Schwingungsdauern sämtlicher Serien: 7^h55^m. Abweichung der einzelnen Schwingungsdauern vom Mittel: 1—2 Stunden. Die doppelte Schwingungs-Amplitude erreicht 30—50 cm.

Seltener kommt die dreiknötige-Seiche vor. Wir führen einige der beobachteten Serien der Seiches an. An der Station Leningrad-Port wurden beobachtet am 21—22.III.1923 Schwingungen mit den Schwingungsdauern 16^h05^m, 14^h20^m, am 12—13. VIII. 1923: 14^h30^m, 15^h10^m; an der Station Oranienbaum wurden beobachtet: am 14—15. IV. 1930 Schwingungen mit den Schwingungsdauern 12^h05^m, 13^h55^m, 11^h20^m, und am 27—29.VIII. 1930: 12^h20^m, 13^h10^m, 13^h10^m. Mittlere Schwingungsdauer 13^h36^m. Die doppelte Amplitude der Schwingungen erreicht 30 cm.

Ebenso selten kommen regelmässige Schwingungen mit der Schwingungsdauer 30—36 Stunden vor, die derjenigen der einknötigen Seiche nahekommt.

* Die Mareogramme wurden uns liebenswürdig vom Hydrometeorologischen Büreau des Leningrader Gebiets zur Verfügung gestellt.

3. Zusammenhang der Seiches mit den Überschwemmungen in Leningrad. M. Rykačov [7] hat den Gedanken über eine fortschreitende Welle ausgesprochen, die bei Überschwemmungen vom Meere nach Leningrad gelangen soll. Spätere Verfasser [1, 2, 8] suchen oft nach einer solchen Welle, deren Phase mit der Annäherung an Leningrad verspäten soll. Die Theorie der Seiches führt, im Gegenteil, zur Folge, dass ein gleichzeitiges Steigen des Meeresspiegel vom Knoten zum Schwingungsbauch stattfinden muss. Es gelang uns, gerade einen solchen Charakter des Niveausteigens in zwei Fällen von fünf, die von S. Sovetov [1] eingehend studiert worden sind, nachzuweisen. In komplizierten Fällen haben wir mit einer dikroten gleichen Seiche, mit doppelter Verteilung der sich überlagernden Knoten und Schwingungsbäuche zu thun, aber die Gleichzeitigkeit wird in jedem System vollständig beibehalten. Es gelingt nicht, eine fortschreitende Welle festzustellen, ja in einem Falle müsste sogar eine rückläufige Bewegung der Welle angenommen werden. Auch die Aufzeichnungen der verschiedenen Stationen während der berüchtigten Überschwemmung am 24. IX. 1924 [8] stimmen sehr gut mit dem Schema einer dikroten Seiche überein.

Eine ausführliche Begründung aller dieser Behauptungen ist in unserer ausführlichen Arbeit zu finden, welche in nächster Zeit erscheint.

Wir haben das uns zur Verfügung stehende Material auch statistisch bearbeitet.* Das Resultat ist auf der Abb. 6 (S. 40) dargestellt, wo auf der Abszissenachse die Schwingungsdauern der Überschwemmung **, auf der Ordinatenachse die Häufigkeit des Vorkommens von Überschwemmungen mit der gegebenen Schwingungsdauer eingetragen ist. Aus der Zeichnung ist folgendes ersichtlich:

a) das höchste Maximum der Haüfigkeit fällt etwa in die Schwingungsdauer von 25 Stunden, was mit derjenigen der zweiknötigen Seiche der Ostsee genau übereinstimmt;

b) das nächsthöchste Maximum fällt mit der Schwingungsdauer von 30 Stunden (einknötige Seiche) zusammen;

c) zwischen den Schwingungsdauern von 8 bis 14 Stunden ist ein verwischtes Maximum vorhanden, was ebenfalls zweien von uns untersuchten Seiches entspricht;

d) in dem Schwingungsdauergebiete zwischen 14 und 23 Stunden, wo nach unserer Theorie keine Seiches vorhanden sein müssten, zeigt die Statistik ein jähes Sinken der Haüfigkeit der Überschwemmungen (bis Null);

e) ein seiner Herkunft nach unklares Maximum bei den Schwingungsdauern von 34 bis 35 Stunden und eine Gruppe von Hebungen bei 56 bis 61 Stunden ist vorhanden.

Die Gesamtheit des dargelegten Materials erlaubt den sicheren Schluss, dass die Seiches der Ostsee an der Erzeugung der Überschwemmungen unmittelbar beteiligt sind, und stellt uns die Aufgabe, auch die anderen Bedingungen, welche diese Erscheinung begleiten vom entsprechenden Gesichtspunkt zu erforschen.

* Die Aufzeichnungen der Mareographen wurden uns vom Geophysikalischen Hauptobservatorium liebenswürdig zur Verfügung gestellt.

** Wir bezeichnen damit das Zeitintervall zwischen dem Minimum des Wasserstandes vor der Überschwemmung und demjenigen nach der Überschwemmung.

Zum Schluss spreche ich Prof. T. Krawetz für die Anregung zu dieser Untersuchungen und für das ihr erteilte Interesse meinen tiefen Dank aus.

Stekloff'sches Physikalisch-Mathematisches Institut
der Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Leningrad.

Eingegangen
d. 31. X. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] С. А. Советов. Зап. по гидр. XXVI. 1904. S. Sovetov. Schrift über Hydrol., XXVI, 1904. [2] А. И Ильина, Изв. Центр. гидромет. бюро, вып. IV, 1925. A. Iljina. Nachr. zentr. hydro-met. Bureau, Lief. IV, 1925. [3] Л. Рудовиц. Зап. по гидрол.. т. XLI, 1917, вып. 6, стр. 632. L. Rudowitz. Schrift über Hydrol., XLI, 1917, Lief 6, S. 632. [4] R. Witting. Fennia, 29, 1911—1912. [5] K. Honda, I. Terada, Y. Joshida and D. Isitani. Journ. College of Science Tokyo, p. 24., 1908. — Nakamura and Honda. Ibid., 28, 5, 1911. [6] В. Н. Соловьев. Изв. Биол.-геогр. ин-та при Ирк. унив., 1926. — V. Solovjov. Nachr. biol.-geogr. Inst. Univers. Irkutsk, 1926. [7] М. А. Рыкачев. Зап. по гидрографии. вып. XIX, 1898. — M. Rykačov. Schrift über Hydrogr., Lief. XIX, 1898. [8] В. Ю. Визе. Изв. Центр. гидромет. бюро, вып. IV, 1925. — W. Wiese. Nachr. zentr. hydro-met. Bureau, Lief. IV, 1925.

ХИМИЯ

Академик Ф. Ю. ЛЕВИНСОН-ЛЕССИНГ

О ДВУХ СООТНОШЕНИЯХ МЕЖДУ АТОМНЫМИ ЧИСЛАМИ И АТОМНЫМИ ВЕСАМИ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

В 1922 г. я нашел в периодической системе химических элементов два соотношения между атомными весами и атомными числами (порядковыми номерами), в которых наблюдалось некоторое постоянство и, повидимому, скрывалась некоторая закономерность. Эти два соотношения таковы: 1) разность между суммой порядковых чисел двух смежных элементов и атомным весом первого из них; 2) разность между атомным весом элемента и двойным порядковым номером его.

Первое соотношение было названо атомной разностью и обозначено буквой δ; второе было обозначено буквой Δ — его можно назвать ядерным излишком. Тогда же мною было сделано об этом сообщение в Отделении геологии и минералогии Петроградского общества естествоиспытателей, а затем и в Русском химическом обществе, которому была передана и соответствующая статья, к сожалению не напечатанная Обществом по независящим обстоятельствам.

Вскоре я поехал за границу и статья моя в сокращенном виде появилась в начале 1923 г., с одобрения академика Urbain, в Comptes Rendus Парижской Академии Наук.* В этой статье была дана только таблица для разности δ. О величине Δ было только кратко упомянуто в вводном тексте и по поводу некоторых конкретных атомных весов, предсказываемых или требующих изменения. Однако, я в настоящее время считаю эту разность Δ более существенной и более ценной. Если разность δ имеет пока значение лишь эмпирической правильности, величина Δ может получить и теоретическое обоснование как известное соотношение между массой ядра (каковой является атомный вес) и числом электронов в электронных оболочках данного элемента.

* F. Loewinson-Lessing. Sur une relation entre les nombres atomiques et les poids atomiques des éléments chimiques (extrait), C. R., séance du 22 Janvier 1923, p. 307.

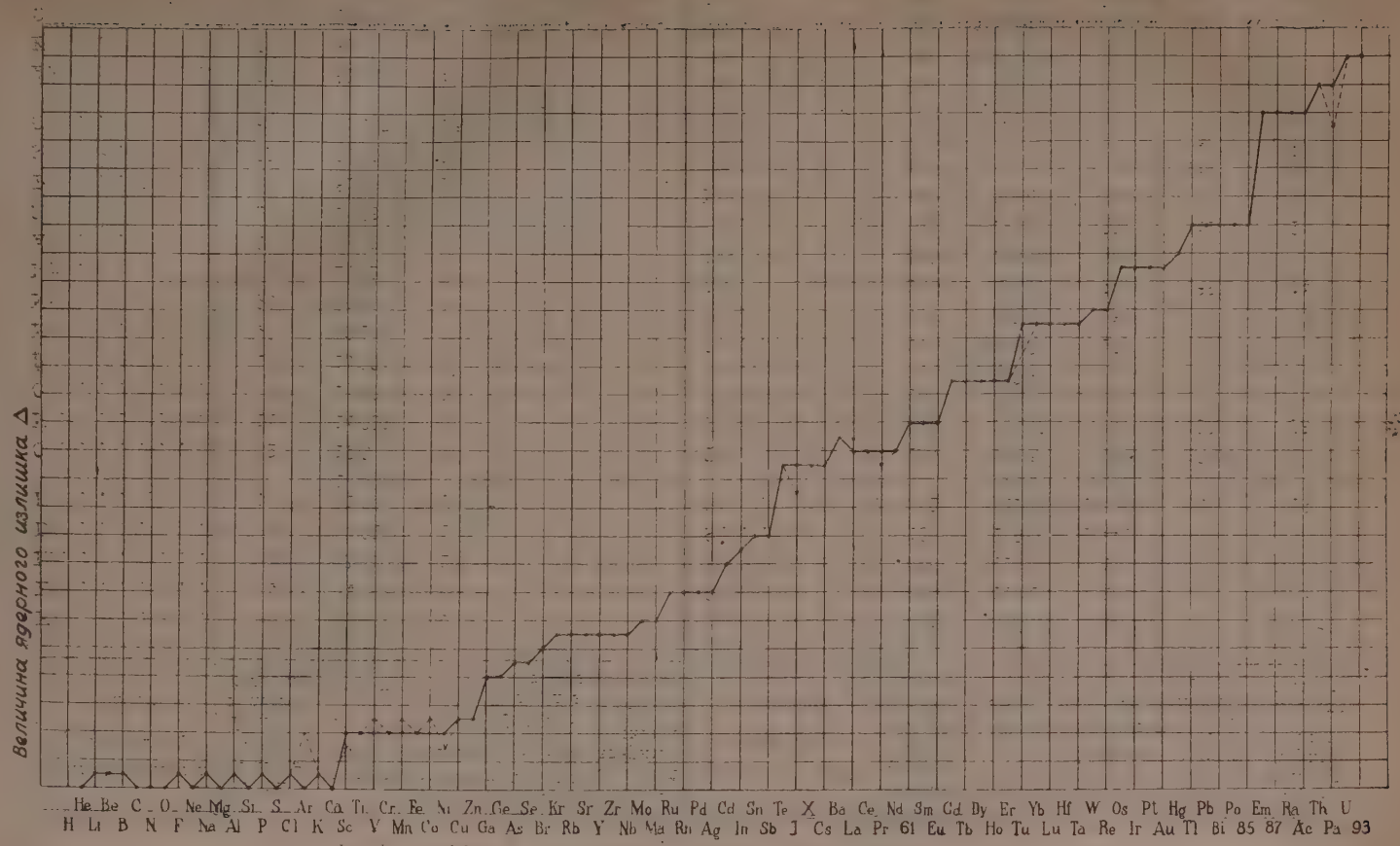

Величина ядерного излишка Δ
He Be C O Ne Mg Si S Ar Ca Ti Cr Fe Ni Zn Ge Se Kr Sr Zr Mo Ru Pd Cd Sn Te X Ba Ce Nd Sm Gd By Er Yb Hf W Os Pt Hg Pb Po Em Ra Th U
H Li B N F Na Al P Cl K Sc V Mn Co Cu Ga As Br Rb Y Nb Ma Rh Ag In Sb J Cs La Pr 61 Eu Tb Ho Tu Lu Ta Re Ir Au Tl Bi 85 87 Ac Pa 93

ТАБЛИЦА ЯДЕРНЫХ ИЗЛИШКОВ—TABLE DES EXCÉDENT NUCLÉAIRE

Символ элемента Symboles des éléments	Двойное атомное число Double nombre atomique	Атомный вес Poids atomique	Ядерный излишек Excédent nucléaire	Исправленный атомный вес Poids atomiques corrigés	Правильный ядерный излишек Excédent correct
H	2	1	1		
He	4	4	0		
Li	6	6 94	1		
Be	8	9.02	1		
B	10	11.0 (10.82)	1		
C	12	12.0	0		
N	14	14.008	0		
O	16	16.00	0		
F	18	19.00	1		
Ne	20	20.183	0		
Na	22	22.997	1		
Mg	24	24.32	0		
Al	26	26.97	1		
Si	28	28.06	0		
P	30	31.02	1		
S	32	32.06	0		
Cl	34	35.457	1.5	35 36	1 0
Ar	36	39.944	4		
K	38	39.10	1		
Ca	40	40.08	0		
[illegible]	42	45.10	3	46	4

Символ элемента Symboles des éléments	Двойное атомное число Double nombre atomique	Атомный вес Poids atomique	Ядерный излишек Excédent nucléaire	Исправленный атомный вес Poids atomiques corrigés	Правильный ядерный излишек Excédent correct
Ag	94	107.88	14		
Cd	96	112.4	16		
In	98	114.8	17		
Sn	100	118.70	18—19		
Sb	102	121.76 (120.2)	19—20 (18)	120	18
Te	104	127.5	23.5	(124?)	
J	106	126.92	21	129	23
X	108	131.3 (130.2)	23		
Cs	110	132.81	23		
Ba	112	137.36	25		
La	114	138.92	25	138	24
Ce	116	140.13	24		
Pr	118	140.97	23	142	24
Nd	120	144.27	24		
№ 61	122			148 (146)	26 (24)
Sm	124	150.43	26		
Eu	126	152	26		
Cd	128	157.3	29		
Tb	130	159.3	29		
Dy	132	162.46	30	161 (161.5)	29

Ti	44	47.90 (48.1)	4		
V	46	50.95	5	50	4
Cr	48	52.01	4		
Mn	50	54.93	5	54	4
Fe	52	55.85	4		
Co	54	58.94	5	58	4
Ni	56	58.69	3	60	4
Cu	58	63.57	5.5		
Zn	60	65.38	5.5		
Ga	62	69.72 (69.9)	8		
Ge	64	72.60	8.5	73	9
As	66	74.93	9		
Se	68	79.2	9		
Br	70	79.916	10		
Kr	72	83.7 (82.92)	11—12	83	11
Rb	74	85.44	11.5	85	11
Sr	76	87.63	11.5	87	11
Y	78	88.92	11		
Zr	80	91.22 (90.6)	11		
Nb	82	93.3	11		
Mo	84	96.0	12		
Ma	86			98 (100)	12 (14)
Ru	88	101.7	14		
Rh	90	102.91	13	104	14
Pd	92	106.7	14.5		

Ho	134	163.5	29.5	163	29
Er	136	167.54	29.5	167	29
Tu	138	169.4 168.5	31	171	33
Yb	140	173.5	33		
Lu	142	175	33		
Hf	144	178.5	34.5		
Ta	146	181.4	35.4		
W	148	184	36		
Re	150	186.31	36		
Os	152	190.6	38.6		
Ir	154	193.1	39		
Pt	156	195.23	39		
Au	158	197.2	39		
Hg	160	200.61	40.6		
Tl	162	204.39	42		
Pb	164	207.22	43	206	42
Bi	166	209 (208)	43	208	42
Po	168	210.05	42		
№ 85	170			212 (220)	42 (50)
Rn (Em)	172	(222)	50		
№ 87	174			224	50
Ra	176	225.97	50		
Ac	178	(227)	49	228	50
Th	180	232.12	52		
Pa	182	(230)	48	234	52
U	184	238.14	54	236?	
№ 93	186			240	54

Если считать, что атомный вес означает число телец, из которых построено ядро, то Δ показывает отношение этого числа к числу электронов в оболочках. Атомный вес может быть равен двойному числу электронов или превышать его на известное число единиц. И атомный вес и величина Δ могут быть только целыми числами; дробь означает, что мы имеем не чистый элемент, а смесь изотопов. Вот почему я во всех своих вычислениях и предположениях даю δ и Δ с закруглением до целого числа.

Не воспроизводя здесь таблицы, помещенной в моей статье, ограничусь упоминанием, что некоторые из моих указаний и предвидений уже оправдались, как, напр., атомные веса для циркона, для гафния, для ксенона, для рения, о чем ниже еще будет речь.

Табл. 1, дающая величину Δ (стр. 48—49), воспроизведена из моей ненапечатанной русской рукописи со следующими изменениями:

1) Для тех элементов, для которых после 1922 г. даны новые атомные веса, взяты эти последние.

2) В последних двух столбцах даны исправленные мною более вероятные атомные веса для некоторых элементов и соответственно более правильная с моей точки зрения величина Δ.

При просмотре таблицы бросаются в глаза следующие закономерности:

1) Для первых 20 элементов величина Δ или 0, или 1, причем начиная с кислорода 1 и 0 правильно чередуются; исключением является лишь аргон и отчасти хлор. Эти исключения устраняются, если принять указанные ниже изменения атомных весов.

2) Редкоземельные элементы распадаются на несколько групп с одинаковым значением Δ.

3) Необходимость исправления некоторых атомных весов напрашивается там, где значение Δ более или менее уклоняется от значения его для соседних элементов и в особенности в тех случаях, когда значение Δ, вообще говоря, постепенно возрастающее от начала периодической системы к концу ее, для какого-нибудь элемента оказывается меньше величины Δ у предыдущего элемента (см. напр. Rh, Po, Ac, Ni).

Величина Δ нанесена для наглядности и на диаграмму. При взгляде на нее бросаются в глаза следующие ее особенности, отражающие, повидимому, известные закономерности:

1) От кислорода до хлора, а при исправленном атомном весе аргона, до кальция, правильная периодичность.

2) Такая же периодичность от титана до кобальта или до никеля, в случае исправления его атомного веса.

3) Горизонтальные ветви, говорящие о постоянстве Δ для целых групп элементов.

Обратимся теперь к тем выводам, которые мною были сделаны в 1922 г. и теперь дополнены, и мы убедимся, что мои предсказания частично уже оправдались; это вселяет уверенность в том, что оправдаются и остальные предположения.

I. Предсказанные мною атомные веса еще не открытых элементов.

№ 43 (Ma). Не ниже 98 и не выше 99.5 до 99.7; и по δ и по Δ должен быть 98.

№ 61. По δ 146 до 146.5 (146.3); по Δ 146 или 148, если он примыкает к группе самария.

№ 72 (Hf). 177, если б он примыкал к редким землям, или 179; найдено 178.5; по Δ должен быть 179.

№ 75 (Re). Указан по δ 186 или 188, по Δ 186 или 189; найдено 186.31.

№ 85. Указано 220, но может быть и 212.

№ 87. Указано 224.

№ 93. Для него вероятен атомный вес 240.

II. Атомные веса элементов, даваемые лишь предположительно и требующие изменений.

Po. Атомный вес 210 надо признать правильным.

Rn (Em). Атомный вес 222 правилен.

Ac. Атомный вес должен быть не 227, а не менее 228 и не более 230.

Pa. Атомный вес должен быть не 230, а 234.*

III. Атомные веса, требующие проверки и исправления.

Ar. Атомный вес должен быть не 39, а 36.**

Co и Ni. Следует ожидать для кобальта 58, для никеля 60.

J. Атомный вес должен быть 129.

Редкоземельные элементы. Редкоземельные элементы требуют во многих случаях проверки и исправления атомных весов. Из соображений о ядерном избытке и атомной разности вытекают следующие изменения (см. табл. 2 на стр. 54).

Sb и Bi. Прежние атомные веса 120.2 и 208.0 мне кажутся более правильными, чем новые 121.76 и 209.0.

IV. Об атомных весах некоторых изотопов.

Хлор. Для хлора принимают два изотопа: в 35 и 37.

Более понятны были бы изотопы 35 и 36, хорошо укладывающиеся в рамки таблицы и объясняющие атомный вес в 35.5 (если оба изотопа в составе хлора количественно равны).

Для бора, неона, магния и некоторых других элементов в таблице, помещенной в моей статье, указаны вероятные изотопы.

Для калия изотоп с атомным весом 41 невероятен.

Указываемые мною изменения атомных весов могут показаться слишком смелыми. Однако для Hf и Re предсказанные мною атомные веса оправдались, и это дает основание думать, что и другие исправления, вытекающие из моих таблиц, являются вполне вероятными. С другой стороны, за последние 10—15 лет атомные веса некоторых элементов оказались измененными на такие величины, которые не уступают указываемым мною изменениям; например, у циркона — с 90.6 до 91.22, у сурьмы — с 120.2 до 121.76, у ксенона — с 130.2 до 131.3, у туллия — с 168.5 до 169.4, у висмута — с 208.0 до 209.0. Поэтому, отнюдь не являются невероятными такие указываемые мною изменения, как для аргона 36 вместо 39, для ванадия 50 вместо 50.95, для скандия 46 вместо 45.10, для марганца 54 вместо 54.93, для кобальта 58, для никеля 60, для германия 73, для родия 104, для актиния 228, для протактиния 234, а также выше указанные изменения для редкоземельных элементов.

* На основании соображений о продолжительности жизни и происхождении радиоактивных элементов Фаянсом были указаны как на возможные атомные веса для Pa — 234 и 230, для Ac — 230 или 226.

** При таких атомных весах были бы устранены те исключения, которые представляют эти элементы по своему атомному весу в периодической системе. Нельзя также не отметить, что разность атомных весов у двух элементов, столь незначительная как 0.3, меньше, чем у многих изотопов, тоже возбуждает сомнения.

В результате всего вышеуказанного выясняется необходимость тщательного пересмотра атомных весов ряда элементов вообще и в частности для группы редкоземельных элементов.

Поступило
2 XII 1934

CHIMIE

SUR DEUX RELATIONS ENTRE LES NOMBRES ATOMIQUES ET LES POIDS ATOMIQUES DES ÉLÉMENTS CHIMIQUES

Par F. LOEWINSON-LESSING, de l'Académie

En 1922 j'ai trouvé dans le système périodique des éléments chimiques deux relations entre les nombres atomiques (numéros d'ordre) et les poids atomiques qui étaient caractérisées par une certaine constance, ce qui semblait parler en faveur d'une régularité. Ce sont: 1) la différence entre la somme des numéros d'ordre de deux éléments voisins et le poids atomique du premier de ces éléments en nombres ronds; j'ai désigné cette différence par δ et je l'ai appelée „différence atomique"; 2) la différence entre le poids atomique d'un élément chimique et le double de son nombre atomique; je l'ai désignée par Δ et je propose de l'appeler „excédent nucléaire". J'ai fai ten 1922 une communication sur ces régularités et les conséquences qui en dérivent à la Section de Géologie et de Minéralogie de la Société des Naturalistes de St. Pétersbourg (Leningrad) et ensuite à la Société Chimique Russe et remis à cette dernière Société une note qui toutefois ne parut pas dans le Journal de cette Société du fait de certaines difficultés. Lors de mon séjour à Paris en 1922—1923 ma note, lue par M. Urbain, fut présentée par M. Lacroix à l'Académie des Sciences de Paris et parut dans les Comptes Rendus.* Dans cette note je donnais une table complète pour la différence atomique δ, tout en ne faisant qu'une brève mention de ce que j'appelle actuellement „excédent nucléalre" (Δ) à propos de certaines corrections de poids atomiques que je proposais. Aujourd'hui je considère la valeur de Δ comme plus essentielle, vu que δ ne représente qu'une régularité empirique, tandis que Δ peut avoir un sens physique, représentant une certaine relation entre la masse du noyau (le poids atomique) et le nombre des électrons de l'enveloppe. Si le poids atomique désigne le nombre de corpuscules composant le noyau, Δ représenterait le rapport entre ce nombre et celui des électrons de l'enveloppe. Le poids atomique peut être égal au double de celui des électrons ou bien le surpasser d'un certain nombre d'unités. Les valeurs de Δ, ainsi que celles des poids atomiques, doivent être des nombres entiers; les décimales font preuve de l'existence d'isotopes. C'est pourquoi je donne δ et Δ en nombres ronds.

Sans reproduire la table de ma note de 1923 il suffit de constater que certaines de mes prévisions et corrections se trouvent être confirmées, comme par exemple pour le hafnium, le rhenium, le zirconium, le xenon, ce dont il sera question plus tard.

Cette table est empruntée à mon manuscrit russe avec les modifications suivantes: 1) pour ceux des éléments dont les poids atomiques ont été

* F. Loewinson-Lessing. Sur une relation entre les nombres atomiques et les poids atomiques des éléments chimiques (extrait). Acad. Sci. Paris; séance du 22 Janvier, 1923, p. 307.

modifiés depuis 1922, j'ai pris les nouvelles valeurs; 2) dans les deux dernières colonnes je donne les poids atomiques corrigés et plus probables, comme je les entends, et en conséquence la valeur de Δ selon moi plus correcte.

En examinant cette table nous relevons certaines régularités. 1) Pour les 20 premiers élements Δ est égal à 0 ou 1 et à partir de l'oxygène nous avons une alternance régulière de 0 et 1, sauf pour l'argon et en partie le chlore; ces exceptions disparaissent si l'on accepte les poids atomiques, modifiés comme je le propose. 2) Les terres rares se divisent en plusieurs groupes à Δ égal. 3) La nécessité de modifier certains poids atomiques est dictée par le fait que Δ augmente graduellement d'un bout du système périodique à l'autre et chaque fois que la valeur de Δ s'écarte plus ou moins sensiblement des valeurs voisines et surtout quand Δ est inférieur au Δ de l'élément précédent, comme c'est le cas pour Rh, Po, Ac, Ni, il y a lieu de présumer que le poids atomique n'est pas correct.

Pour faire ressortir les régularités que présente Δ j'ai construit le diagramme (v. p. 47) dont on peut tirer les résultats que voici: 1) Une périodicité régulière depuis l'oxygène jusqu'au chlore et en tenant compte de ce qui a été au sujet de l'argon jusqu'au calcium. 2) Une périodicité semblable depuis le titane jusqu'au cobalt ou même jusqu'au nickel, si son poids atomique est modifié. 3) Des sections horizontales démontrant la constance de Δ pour certains groupes d'éléments.

Considérons à présent les conclusions que j'ai pu tirer de la valeur de δ et Δ en 1922 et que je complète dans cette note; nous verrons que les prévisions sont déjà en partie confirmées, ce qui donne l'assurance que les autres suppositions seront confirmées de même.

I. Poids atomiques que j'avais prédit pour des éléments encore inconnus

№ 43 (Ma). Pas moins de 98 et ne dépassant pas 99.5 ou 99.7, selon δ et Δ il faut s'attendre à 98 (ou peut-être 100).

№ 61. δ donne 146 à 146.5 (145.3), Δ indique 146 ou 148, s'il est du groupe du samarium.

№ 72 (Hf). 177, s'il appartenait au groupe des terres rares, ou 179; Δ indiquait 179 et on a trouvé 178.5.

№ 75 (Re). δ indiquait 186 ou 188 et Δ 186 ou 189; trouvé 186.31.

№ 85. Je présume 220, mais ce pourrait être 212.

№ 87. Il faut s'attendre à 224.

№ 93. Le poids atomique probable est 240.

II. Poids atomiques que l'on donne provisoirement et qui sont sujets à révision

Po. La valeur de 210 peut être considérée comme correcte.

Rn (Em). Le poids atomique 222 est correct.

Ac. Le poids atomique ne peut être 227; il ne sera pas inférieur à 228 ni supérieur à 230.

Pa. Le poids atomique doit être 234 et non pas 230.*

* Des considérations se basant sur la durée d'existence et l'origine des éléments avaient amené M. Fajans à admettre comme possibles les poids atomiques 234 et 230 pour P, 230 et 226 pour Ac.

III. Poids atomiques qui doivent être vérifiés et modifiés

Ar. Son poids atomique devrait être 36.

Co et Ni. Il faut s'attendre à 58 pour le cobalt et 60 pour le nickel.

J. Son poids atomique devrait être 129.*

Terres rares. Pour les éléments des terres rares une vérification et certaines modifications des poids atomiques s'imposent. Voici les modifications à apporter qui découlent selon moi des valeurs de δ et Δ:

Таблица 2—Table 2

	Poids atomiques admis actuellement Теперешний атомный вес	Poids atomiques plus probables Более вероятный атомный вес
La	138.92	138
Pr	140.92	142 (142.3)
№ 61 . . .		146 (ou 148)
Dy	162.45	161 (161.5)
Ho	163.5	163
Er	167.64	167 (ou 166)
Tu (Tm) .	169.4	171

Sb et Bi. Les poids atomiques 120.2 et 208.0 me semblent être plus corrects que ceux de 121.76 et 209.0 qui les ont remplacé dernièrement.

IV. Sur les poids atomiques de certains isotopes

Cl. Des isotopes 35 et 36 sont plus probables que les isotopes 35 et 37 admis actuellement.

Dans ma note de 1923 sont indiqués les isotopes probables pour le B, le Ne, le Mg et certains autres éléments.

Les modifications de poids atomiques susindiquées peuvent paraître trop hardies. Pourtant mes prévisions concernant le Hf et le Re se trouvent être confirmées, ce qui parle en faveur de la probabilité des autres indications qui ressortent de la table (pp. 48-49). De même les modifications apportées pendant les 10—15 dernières années à certains éléments ne le cèdent point à ce que je présume: ainsi pour le Zr 90.6 a été remplacé par 91.92, pour le Sb on donne 121.76 au lieu de 120.2, pour le Ne 131.3 pour remplacer 130.2, pour le Tu 169, pour le Bi 209 au lieu de 208. Il ne paraît donc nullement improbable que des modifications comme celles qui sont indiquées dans la table pour Ar, V, Sc, Mn, Co, Ni, Ge, Ac, Pa et nombre de terres rares seront confirmées.

Il s'ensuit de ce qui a été dit précédemment qu'une révision minutieuse des poids atomiques d'un nombre d'éléments et en particulier des terres rares s'impose et promet des résultats intéressants.

Manuscrit reçu
le 2. XII. 1934.

---

* Avec ces nouveaux poids atomiques seraient supprimées les exceptions que présentent ces éléments dans le système périodique.

ГЕНЕТИКА

Ю. Я. КЕРКИС

О ВОЗНИКНОВЕНИИ МУТАЦИЙ В ПОЛОВЫХ КЛЕТКАХ ПРИ РЕНТГЕНИЗАЦИИ СОМЫ *DROSOPHILA MELANOGASTER**

(*Представлено академиком Н. И. Вавиловым 7 XI 1934*)

Механизм возникновения мутационных изменений в отдельных генах до сих пор неизвестен. Согласно наиболее распространенным представлениям современной генетики причина мутаций усматривается во влиянии внешней среды на наследственное вещество половых клеток. „Внешняя среда" понимается при этом в самом широком смысле слова: изменение биохимических свойств тканей, окружающих половые клетки или даже плазмы самих половых клеток, может явиться причиной мутационного изменения того или иного гена. Чрезвычайное разнообразие возможных влияний среды на половые клетки и неадекватность происходящих при этом изменений в генах являются причиной самых разнообразных и не направленных в какую-либо определенную сторону мутаций.

Классические исследования Меллера (1927 г. и позднейшие работы) по изучению действия Х-лучей на мутационный процесс у дрозофилы, равно как и многочисленные работы других авторов с различными животными и растительными объектами, с очевидностью показали, что Х-лучи являются очень мощным трансмутирующим агентом. Ряд специальных исследований Меллера, Тимофеева-Рессовского и др. показывают, что происходящие под влиянием Х-лучей изменения в наследственном веществе возникают как непосредственный эффект действия этого агента на хромозому, причем величина этого эффекта зависит, во-первых, от дозы Х-лучей, а во-вторых, от физиологического состояния самих клеток. Какого-либо генетического последействия Х-лучей до сих пор обнаружить не удавалось.

Изучение закономерностей мутационного процесса под влиянием Х-лучей представляет интерес не только с точки зрения выяснения наиболее благоприятных условий для получения максимального числа новых наследственных признаков. Исследование этих закономерностей приближает нас к разрешению основной и наиболее трудной из всех генетических проблем, а именно: проблемы природы и структуры гена. Имея это в виду, становится совершенно ясным интерес, с которым генетика встречает все исследования, дающие что-либо новое для понимания механизма возникновения мутаций.

Х. Г. Гюльбенкян критикует современную генетику за то, что „обычные для современной генетики представления все еще отражают в той или иной форме автогенетические концепции, имеющие истоком позиции Вейсмана с его метафизическим отграничением «сомы» от «половой плазмы» и его представлением о соме как «футляре для половых клеток».

„Основные недостатки современных генетических представлений, мешающие глубоко изучать «механизм» мутационной изменчивости и дающие некоторую почву ламаркизму" заключаются, по мнению Х. Г.

* По поводу статьи Х. Г. Гюльбенкян „Получение мутаций посредством рентгенизации сомы *Drosophila melanogaster*. Биологический журнал, 1934, т. III, № 2, стр. 332—342.

Гюльбенкяна в следующем: генетики рассуждают только „в пределах двух представлений“: либо соматические изменения вызывают адекватные же изменения в наследственном веществе половых клеток, либо же внешние агенты действуют „на ген, хромозому непосредственно“ (разрядка Гюльбенкяна). Между тем в природе существует огромное число различных биологических и биохимических факторов, возникающих в соме и через нее действующих на половые клетки, причем, повидимому, именно этими влияниями объясняется огромное большинство спонтанных мутаций.

Исходя из этих предпосылок, Х. Г. Гюльбенкян предпринял специальное исследование для того, чтобы показать, что рентген тоже „может действовать в смысле вызывания мутаций и не непосредственно на половую клетку, а вызывая определенные изменения в соме“. С этой целью было произведено локальное облучение взрослых самцов дрозофилы, которые сейчас же после облучения скрещивались с девственными самками *ClB*. Самки первого поколения, имеющие одну из своих Х-хромозом строения *ClB*, а вторую от облученного самца, скрещивались индивидуально для учета числа возникающих в F_2 леталей. Путем помещения эфиризированных самцов над узкой щелью в свинцовой пластинке облучалась либо вся муха, либо только задний или передний конец ее. В качестве контроля часть мух была полностью защищена от действия Х-лучей. Результат опыта приведен в табл. 1.

Table 1 (after Gulbenkian)

Таблица 1 (по Гюльбенкяну)

	Total number of F_1–F_2 cultures Число культур F_1–F_2	Number of lethals Число леталей	Percentage of lethals % леталей	Probable error of percentage Вероятная ошибка % леталей
Whole fly exposed . . . . . Облучена вся муха	642	28	4.36	±0.8
Posterior part exposed . . . . Облучена только задняя часть	925	18	1.94	±0.45
Anterior part exposed . . . . Облучена только передн. часть	1140	16	1.39	±0.35
Controls (not irradiated) . . . Контроль (не облучены)	971	1	0.10	±0.11

Из таблицы видно, что при облучении заднего конца мухи, содержащего половую железу, возникает такое же число мутаций, как и при облучении только переднего конца. Далее, приведенные цифры показывают, что разница между числом мутаций, возникающих при облучении всей мухи и только заднего конца ее, превышает свою ошибку в 2.63 раза, т. е. довольно близка к статистической достоверности. На основании этих данных Гюльбенкян склонен сделать вывод, что „рентген усиливает мутационный процес, действуя через сому организма“. Кроме того, данные эти говорят также, казалось бы, за то, что с увеличением облученной площади сомы увеличивается генетический эффект Х-лучей.

Так как результат, полученный Гюльбенкяном, противоречит самым основным представлениям о механизме генетического действия Х-лучей, на основании которых делаются весьма существенные теоретические и практические выводы, то нами была предпринята проверка его опытов. Для того, чтобы избегнуть неудобств, связанных с размещением над щелью взрослых мух, мы облучали самцов на стадии куколок за несколько часов до вылупления из них imago. Для этой цели ставились специальные культуры, в которых все куколки были одного и того же возраста. Не задолго перед вылуплением куколки наклеивались на свинцовую пластинку 10 мм толщины, в которой на расстоянии 7 мм друг от друга были прорезаны три параллелных щели в 4 мм шириной и 70 мм длиной. Часть куколок (серия А) наклеивалась таким образом, что действию лучей подвергалась только голова и грудь куколки, другая часть (серия В) помещалась так, что над щелью оказывалось только брюшко, третья порция куколок (серия С) помещалась целиком над щелью, четвертая — на самой границе щели вдоль ее (серия D) и, наконец, пятая помещалась в промежутке между щелями (серия Е), т. е. была еще более надежно защищена от действия лучей, чем предыдущая группа. Расположение материала схематически изображено на фигуре, на которой острие стрелки соответствует головному концу куколки.

Всего проведено два облучения с дозой в 5000 r при 109 kV, 5 mA, аллюминиевом фильтре 2 мм, длительности экспозиции 166 минут, расстоянии пластинки от антикатода 30 см. Все серии куколок облучались одновременно. После облучения каждая серия удалялась с пластинки, и все вылупившиеся из них самцы помещались на пять дней в индивидуальные культуры с девственными самками *ClB*. Для того, чтобы учесть стерилизующее действие *X*-лучей при действии их непосредственно на гонаду и через сому, было подсчитано потомство облученных самцов из всех серий. Культуры F_1 — F_2 ставились отдельно от каждого облученного самца, благодаря чему имелась возможность судить о равномерном распределении возникших леталей среди всех самцов той или иной серии.

Результат опыта приведен в табл. 2. Из сравнения цифр, приведенных в графе 4, видно, что плодовитость самцов, облученных полностью и только в своей задней части, оказывается в обеих сериях сходной и резко отличной от средней плодовитости самцов остальных трех серий, между которыми, в свою очередь, тоже не наблюдается достоверных различий. Совершенно такая же картина наблюдается при сравнении процентов леталей, приведенных в графе 7. Количество леталей, возникающих при облучении всей мухи и только ее задней части, оказывается почти тождественным. Точно так почти идеально совпадает процент леталей, возникших при облучении переднего конца мухи и у полностью защищенных. Процент леталей, полученный в этих трех сериях, оказывается при этом равным нормальной частоте спонтанных мутаций свойственной *Drosophila melanogaster*.

Таким образом, проверка опытов Х. Г. Гюльбенкяна дала совершенно противоположный результат и выводов его не потвердила. Мы не сомневаемся, что происходящие в соме под влиянием Х-лучей биохимические изменения как-то влияют на наследственное вещество половых клеток и

Table 2 — Таблица 2

	No of treated P_1♂ Число облучен. ♂♂ P_1	No of P_1♂ fully sterile Число ♂♂ P_1 полн. стерильн.	Average No of F_1 per P_1♂ Средняя плодовитость самцов P_1♂	No of fertile F_1-F_2 cultures Число фертильных культур F_1—F_2	No of cultures with lethals Число леталей	% of lethals % леталей
Head and thorax exposed (A) . . . . . Облучены голова и грудь	48	7	111.9	1160	4	0.34
Abdomen exposed (B) . Облучено брюшко	55	11	14.9	167	30	17.9
Entire body exposed (C) Облучена вся куколка	58	18	18.1	182	30	16.5
Body protected, placed at the edge of shield (D) Куколка защищена, но на границе щели	12	0	107.8	389	1	0.25
Body protected, in centre of shield (E) . . . . . Куколка полностью защищена	34	2	95.7	646	2	0.31

иногда, быть может, могут вызывать мутации в них. Однако частота таких мутаций настолько ничтожна по сравнению с той, которая имеет место при действии Х-лучей непосредственно на ген, на хромозому, что при изучении закономерностей возникновения рентгеномутаций с ней можно не считаться.

Институт генетики
Академии Наук СССР.
Москва.

Поступило
7 XI 1934.

GENETICS

DOES IRRADIATION OF THE SOMA PRODUCE MUTATIONS IN THE GERM-CELLS?*

By J. KERKIS

(*Communicated by N. Vavilov, Member of the Academy, 7. XI. 1934*)

The mechanism of transgenations still remains obscure. According to the most widespread conceptions of modern genetics the causes of mutations lie in 'environmental' influences acting upon the hereditary substance of the germ-cells. The term 'environmental' is here used in the

* A reply to the paper of Kh. G. Gulbenkian. 'Mutations Induced by X-Raying the Soma of *Drosophila melanogaster*". ZS. f. Biologie, 1934, Bd. III, H. 2, SS. 332—342 (Russian with English summary).

broadest possible sense: any alteration, however minute, in the physical or biochemical properties or arrangements of the material in the tissues surrounding the germ-cells, or in the actual plasma of the germ-cells, may conceivably result in the mutation of one or another gene. The great diversity of mutations occurring in the most different directions is due to the enormous variety of possible 'environmental' influences, considered not merely from a qualitative but more especially from a microtopographical point of view, and to the non-correspondence of the nature of the alterations in the genes affected, to the causes that produced these alterations.

The classical investigations carried out by Muller (1927 and later works) devoted to an examination of the effects of X-rays on the mutation process in *Drosophila*, and the numerous investigations of other authors upon various plant and animal objects, have shown X-rays to be a very powerful mutation-producing agent. A series of special investigations of Muller, Timofeeff-Ressovsky, and others, have shown that these alterations in the hereditary substance are caused by the immediate effect of this agent on the chromosome, the frequency of the effect depending firstly upon the dosage of irradiation, and secondly upon the physiological conditions in the cells irradiated. No genetical after-effect of the X-rays has been so far observed.

An investigation of the laws governing the mutation process induced by X-rays is of interest not only from the point of view of finding the optimal conditions for obtaining the maximum number of new hereditary characters. By studying these laws, we also draw nearer to a solution of the most fundamental and most difficult of all genetic problems — the problem of the nature, composition, and structure of the gene. Owing to this circumstance, all investigations which yield any new data bearing on the mechanism of origination of mutations are of colossal interest for genetics.

Kh. G Gulbenkian in his article 'Mutations Induced by X-Raying the Soma of *Drosophila melanogaster*' criticizes modern genetics as follows: 'the ideas characteristic of modern genetics still include in certain respects autogenetic conceptions that take their origin from the ideas of Weismann, who had metaphysically separated the 'soma' from the 'germ-plasm', and from his conceptions of the 'soma' as the mere 'case' for the 'germ-cells'.

'The chief faults of modern genetic conceptions, which are a hindrance to the profounder investigation of the mechanism of mutation and afford some foothold for Lamarckism', are — according to Gulbenkian — as follows: Geneticist admits 'only two possibilities', either alterations in the soma cause corresponding alterations in the hereditary substance of the germ-cells, or environmental agents produce an 'immediate effect upon the chromosome, upon the gene' (spacing by Gulbenkian), whereas in nature there exist a great many diverse biological and biochemical factors originating in the soma and via the soma affecting the germ-cells. Such is probably the origin of the immense majority of spontaneous mutations.

On the basis of these conclusions, Kh. G. Gulbenkian undertook a special investigation in order to prove that 'the origination of mutations induced by X-ray irradiation is not always the result of its immediate effect on the germ-cells, but may also be the result of certain disturbances and alterations in the soma caused by its action'.

For this purpose local irradiation of adult *Drosophila* males was carried out and the irradiated males were crossed to virgin *ClB* females. The etherized P_1 males were placed over a narrow fissure in a lead plate so that in one lot only the anterior part, in a second lot only the posterior part,

and in a third lot the whole fly was exposed. The control flies were not irradiated at all. The females of the first offspring generation (F_1), having one of their *X* chromosomes with the *ClB* constitution and their other *X* chromosome derived from the irradiated males, were crossed individually in order to count the number of lethals detectable in the second generation (F_2).

The results obtained are shown in Table 1 (p. 56).

As shown in the table, irradiation of the posterior part of the fly, containing the gonads, produced the same frequency of mutations as irradiation of the anterior part. The difference between the frequency of mutations induced by irradiation of the whole fly and that induced by the irradiation of the posterior part is 2.63 times its probable error, i. e. it is fairly close to statistical significance. On the basis of these results, the author is led to draw the conclusion that 'the X-ray irradiation intensifies the mutation process by affecting the soma of the organism'. Besides that, the results obtained appear to show that increase of the area of the irradiated surface of the soma causes an increase in the genetic effect of the X-rays.

Inasmuch as the results obtained by Gulbenkian are in complete disagreement with the most fundamental conceptions of the mechanism of the genetic action of X-rays, from which very important theoretical and practical conclusions would follow, the present author has undertaken a retest of his experiments.

In order to avoid the inconvenience of keeping adult flies over the fissure, the males were irradiated in the pupal stage just a few hours before the imagoes hatched. For this purpose special cultures were prepared, in which all the pupae were of the same age.

A short time before hatching, the pupae were glued to a lead plate 10 mm thick, in which three parallel fissures had been made, 4 mm wide and 70 mm long with 7 mm intervals between them. Some of the pupae (lot A) were mounted in such a way that only their head and thorax were exposed; other pupae (lot B) were placed so as to expose only their abdomen; in the third group (lot C) the entire pupae were exposed to irradiation; the fourth group of pupae (lot D) were placed along the edge of the fissure; finally, the fifth group (lot E) was placed in the intervals between the fissures, i. e. it was more completely protected than lot D from the irradiation. (Figure on p. 57 schematically shows how the groups were mounted on the plate, the arrowhead indicating the anterior part of the pupa.) As nearly as possible the same fraction of the area of the fly ($^1/_2$ to $^1/_2$) was exposed in lot A as in lot B.

Two series of irradiations were carried out, the dosage being approximately 5000 r. The following factors were used: 109 kV, 5 mA, 2 mm aluminium filter, duration of exposure 166 min., distance between the anticathode and the lead plate 30 cm. All the groups of pupae were irradiated at the same time. After the irradiation each group was removed from the plate and all the males after hatching were placed for five days in individual cultures with virgin *ClB* females.

In the first place, the possible sterilizing effects both of the immediate X-ray irradiation of the gonad and of irradiation of the soma were investigated, the progeny of the irradiated males of all groups being counted. Secondly, individual $F_1 - F_2$ cultures were made up for each of the irradiated males. This made it possible to compare the distribution of the frequencies of lethals among the individual P_1 males of the different groups.

The results of the experiment are shown in Table 2 (p. 58).

Comparison of the numbers in the fourth column shows that the fecundity of the males completely exposed to irradiation was similar to that of the males whose posterior part only was irradiated, and markedly different from the average fecundity of the males in the three other groups, which did not differ significantly from one another.

The same relations may be observed on comparing the frequencies of the lethals, shown in the seventh column of Table 2. The percentage of lethals in the progeny of those flies which were completely exposed is very nearly equal to that in the flies having only the posterior part irradiated. The percentages of lethals in the non-irradiated flies of both groups D and E and in those having only the anterior part irradiated are also very nearly equal to each other. In the latter three groups the percentage of lethals proved to be quite in the range of the normal frequency of spontaneously arising lethals in *Drosophila melanogaster*, as previously observed by various investigators.

It is thus evident that this repetition of Kh. G. Gulbenkian's experiments has given results absolutely contrary to his, and has not confirmed his conclusions.

We have no doubt that biochemical alterations and disturbances in the soma, arising as a result of irradiation by X-rays, are not without effects of some sort on the hereditary material of the germ-cells and that they may possibly, in certain cases, even induce mutations. The frequency of these mutations, however, is so insignificant in comparison with that induced by the immediate effect of the irradiation on the chromosomes, i. e. on the genes, that in a consideration of the principles governing the mechanism of induction of mutations by X-rays, it need not be taken into account at all.

Institute of Genetics
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
7. XI. 1934.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

М. Т. ТИМОФЕЕВА

МОРОЗОУСТОЙЧИВОСТЬ ОЗИМЫХ ЗЛАКОВ В СВЯЗИ СО СТАДИЙНЫМ РАЗВИТИЕМ И ЗАКАЛИВАНИЕМ РАСТЕНИЙ

(*Представлено академиком Н. И. Вавиловым 5 XI 1934*)

Согласно теории Т. Д. Лысенко о стадийном развитии растений и основных его положений, высказанных на Всесоюзном совещании по зимостойкости (Одесса, 1933 г.), такие признаки как морозостойкость, стойкость к вымоканию, процесс закаливания имеют своей базой различную природу стадий развития растения. Выявлять причины гибели растений от неблагоприятных факторов зимования, искать закономерности развития этих признаков вне стадийного развития растения, это значит обойти базу закономерностей — образования этих признаков. Исходя из этих основных положений академика Лысенко, нами было проведено исследование морозоустойчивости озимых и яровых злаков на разных стадиях развития и закаливания растений.

Материалом для исследования были растения в разных стадиях развития и степени закаливания: озимая рожь Вятка, озимая пшеница Московская 2411, Московская 3251, Дюрабль, Украинка, Лютесценс 0329, Гостианум 237, яровая пшеница Лютесценс 062 и Гордеиформе 010.

Опыты велись в полевых и лабораторных условиях в течении двух лет. В первый год с двумя сортами озимой пшеницы — Украинкой и Московской 3251. В следующем 1934 году — с девятью вышеуказанными сортами. За краткостью данные приводятся на двух сортах озимой пшеницы. Закономерность же получена на всех девяти сортах одинаковая. (Данные по всем сортам приведены в работе „Причины гибели озимых злаков на Севере", которая сдана в печать ВИР.) Семена разной степени яровизации высевались одновременно и выращивались на разной длине дня: естественном, коротком (9-часовом) и беспрерывном (24-часовом) дне.

Морозостойкость растений определялась при разной степени закаливания и развития путем промораживания растений в охлаждаемых шкафах с последующим учетом отрастания.

Одновременно с определением морозостойкости растений проводились анализы содержания в них сахаров по методу Гагедорна-Иенсена, исследование точки роста и образование зачаточного колоса. Эти исследования проводились в течении всего осенне-зимне-весеннего периода. Развитие процесса закаливания изучалось в начале зимы, когда озимые находились при благоприятных условиях закалки, а с другой стороны весной в незакаленном состоянии, на растениях, выращенных в теплой оранжерее.

Полученные данные полевого и лабораторного исследования показывают, что устойчивость озимых злаков в течение осенне-зимне-весеннего периода изменяется. Резкое понижение устойчивости озимых злаков весною (см. фигуру), при, казалось бы, хороших условиях закаливания, с дневной температурой +10° +15° С и ночными заморозками до —3° —4° С, при возрастающем накоплении сахаров, объясняется качественным изменением растения, переходом его в другую стадию развития. Это с очевидностью доказывается опытами изучения устойчивости озимых на разных стадиях развития и степени закаливания (табл. 1, 2, 3, 4).

Устойчивость растений в незакаленном состоянии на второй стадии развития до образования зачаточного колоса была лучше, чем на первой стадии развития. Кроме того, чем больше яровизируется растение (в пределах норм яровизации), тем выше его морозоустойчивость. Объясняется это тем, как показали дальнейшие исследования, что в процессе яровизации растений или проросших семян протекает процесс закаливания. При прохождении второй стадии развития и образовании зачаточного колоса устойчивость растения резко снижалась (табл. 3).

Устойчивость же растений на второй стадии развития после максимального их закаливания в начале зимы по сравнению с первой стадией развития была несравненно хуже (табл. 4). Объясняется это тем, что на второй стадии развития очень плохо идет процесс закаливания.

Как видно из представленных данных, зависимость степени закаливания от стадийного развития растения проявляется закономерно при выращивании растения при всех длинах дня. Устойчивость же растения в пределах одной стадии развития зависит от закаливания. Чем больше и лучше закаливается растение, тем устойчивость его бо́льшая. При этом процесс закаливания растения протекает по-разному при разных условиях его развития, в результате чего устойчивость яровизированных растений на разной длине дня была разная.

озостойкость озимых злаков в % живых растений и содержание в них сахаров на разной стадии развития и длине дня

лица 1. — Растения незакаленные в возрасте 5 дней от всходов до образования зачаточного колоса

Длина дня	Стадия развития	Украинка		Московская 3251		Перезимовка
		Морозостойкость	Количество сахаров	Морозостойкость	Количество сахаров	
ественный день	I стадия, неяровизированные	48		32		
	Недояровизированные	85		75		
	II стадия, яровизированные	97		70		

лица 2. — Растения незакаленные в возрасте 13 дней от всходов до образования зачаточного колоса

ественный день	I стадия, неяровизированные	77	12.9	40	13.5	
	II стадия, яровизированные	100	20.4	20	11.6	
асовой день	I стадия, неяровизированные	77	22.0	8	25.2	
	II стадия, яровизированные	62	20.1	13	17.4	
асовой день	Неяровизированные	11	15.0	0	10.8	
	I стадия, яровизированные	68	21.1	12	23.8	

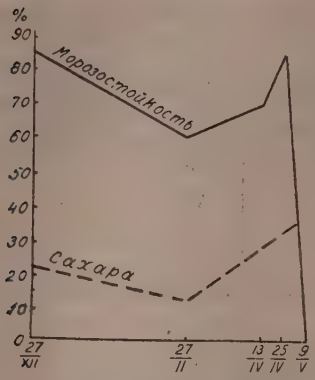
лица 3. — Растения почти незакаленные в возрасте 40 дней после образования зачаточного колоса

ественный день	I стадия, неяровизированные	58		10		
	Недояровизированные	69		31		
	II стадия, яровизированные	28		0		
асовой день	I стадия, неяровизированные	100		60		
	Недояровизированные	100		92		
	II стадия, яровизированные	28		27		
совой день	I стадия, неяровизированные	0		0		
	Недояровизированные	0		0		
	I стадия, яровизированные	0		0		

Таблица 4. — Растения закаленные

ественный день	I стадия, неяровизированные	91	48.5	69	26.0	91
	II стадия, яровизированные	2	19.1	9	19.5	0
совой день	I стадия, неяровизированные	58	28.6	50	12.3	95
	II стадия, яровизированные	0	9.2	0	9.4	0
совой день	I стадия, неяровизированные	15	32.4	0	31.1	0
	II стадия, яровизированные	0	15.7	0	18.7	0

Влияние света на устойчивость растения к неблагоприятным условиям зимования в процессе развития растения является двояким. С одной стороны, свет в комплексе необходимых факторов повышает закаливание растения, с другой стороны, свет при соответствующем температурном фоне, способствуя более быстрому прохождению второй световой стадии развития и образованию зачаточного колоса, тем самым понижает устойчивость растения. Значительная гибель растений на 9-часовом дне, по сравнению с естественным и беспрерывным днем, объясняется плохим закаливанием растений на коротком дне. Анализ содержания сахаров в растениях на разной стадии их развития и длине дня выращивания не выявляет закономерности развития устойчивости растения от большего накопления сахаров. Большее накопление сахаров в растениях весною, 9 мая (см. фигуру), в ряде случаев на коротком дне и меньшее количество на беспрерывном дне (табл. 1) не характеризует устойчивости этих растений.



Динамика сахаров и морозостойкости у озимой пшеницы Украинки при —12—14° С в течение осенне-зимне-весеннего периода 1932—1933 г.
Dynamics of sugars and frost resistance in the winter wheat 'Ukrainka' at —12—14° C during the period autumn-winter-spring in 1932—1933.
——— frost resistance.
— — — sugars.

Из полученных данных вытекает следующее:

1. Основным ведущим фактором в общем процессе устойчивости растения является развитие растений — стадийность.

2. Закалка растения, являясь мощным фактором в процессе устойчивости растения, развивается по-разному в зависимости от стадийного развития растения и разно протекает в разных условиях развития. В пределах же одной стадии развития — различно, в зависимости от внешних условий.

3. Наши данные, а также данные Куперман, Салтыковского и др., подтверждают теорию академика Лысенко и с очевидностью указывают на необходимость перестройки селекционной работы по созданию более ценных и зимостойких форм на базе стадийного развития растения с учетом всех свойств и признаков, характеризующих стойкость растения.

Всесоюзный институт растениеводства.
Ленинград.

Поступило
5 XI 1934.

PLANT PHYSIOLOGY

FROST RESISTANCE OF WINTER CEREALS IN CONNEXION WITH PHASIC DEVELOPMENT AND HARDENING OF PLANTS

By M. TIMOFEJEVA

(*Communicated by N. Vavilov, Member of the Academy, 5. XI. 1934*)

According to T. Lysenko's theory as to the phasic development of plants, and to its chief propositions stated at the USSR Congress on Win-

ter Hardiness (Odessa, 1933), such characters as frost resistance, resistance to damping off, as well as the process of hardening, are based on the different nature shown by the stages of development of a plant. To ascertain the causes of winter-killing of plants, to search for regularities in the development of the above mentioned characters, independently of the phasic development of a plant, would mean to leave unheeded the basis of these regularities. Starting from the chief propositions of T. Lysenko, we have investigated the frost resistance of winter and spring cereals in different stages of development and at different degrees of hardening of the plants.

The plants under experiment showed different stages of development, as well as a different degree of hardening: winter rye 'Vyatka', winter wheat 'Moscow 2411', 'Moscow 3251', 'Durable', 'Ukrainka', *lutescens* 0329, *hostianum* 237, spring wheat *lutescens* 062, and *hordeiforme* 010.

The experiments were conducted during 2 years, under laboratory and field conditions. In the first year they referred only to two varieties of winter wheat, 'Ukrainka' and 'Moscow 3251'. In the next year (1934) the experiment was extended to the nine above mentioned varieties. For shortness sake data are given only for two varieties, though the same regularity applies to all nine varieties. (Data on all varieties are given in the work 'Causes of Perishing of Winter Cereals in the North', sent in for publication by the Institute of Plant Industry.) The seeds of different degree of vernalization were sown out simultaneously, and were grown under conditions of different day length: a natural, a short (9 hours), and an uninterrupted (24 hours) day.

Frost resistance was determined on different stages of development and degree of hardening of the plants, by freezing them up in refrigerators, with subsequent record of renewed growth.

Along with determination of frost resistance in plants, analyses of their sugar content, according to the method of Hagedorn and Jensen, as well as investigation of the growth point, and formation of the ear, were carried out. The investigations lasted for the whole period of autumn — winter — spring. The process of hardening was studied in the beginning of winter under conditions favourable to the hardening of winter crops, and, on the other hand, in spring, on plant grown in a warm greenhouse and consequently not hardened.

The data on field and laboratory investigation have shown that the winter hardiness of cereals varies during the period of autumn — winter — spring. The abrupt change in the hardiness of winter cereals, taking place in spring (see Figure, p. 64) under, it would seem, fair conditions of hardening, at a day temperature of +10 to 15 C and night frost of —3 to —4° C, with increasing accumulation of sugars, must be explained by qualitative changes going on in the plant, transition of the latter to another stage of development, as has been positively proved by experimental study of the frost resistance of winter crops in different stages of development and at different degrees of hardening (Tables 1, 2, 3, 4).

The frost resistance of non-hardened plants in the second stage of development, before formation of the rudimentary ear, was higher in plants grown from vernalized seeds than in the first stage in plants from non-vernalized seeds.

Moreover, the more vernalized a plant (within the norms of vernalization), the greater its frost resistance. As further investigations have shown, this may be explained by the fact that along with the process of vernalization

Frost Resistance of Winter Cereals in % of Living Plants and the Sugar Content in them, in Different Stages of Development, and under Conditions of Different Day Lengths

Table 1.—Plants Non-Hardened, at the Age of 5 Days from the appearance of Young Shoots to Formation of the Rudimentary Ear

Length of day	Stages of development	'Ukrainka'		'Moscow 3251'		Wintering
		Frost resistance	Amount of sugars	Frost resistance	Amount of sugars	
Natural day	1st stage, non-vernalized	48		32		
	Insufficiently vernalized	85		75		
	2nd stage, vernalized	97		70		

Table 2.—Plants Non-Hardened, at the Age of 13 Days from the Appearance of Young Shoots t Formation of the Rudimentary Ear

Natural day	1st stage, non-vernalized	77	12.9	0	13.5	
	2nd stage, vernalized	100	20.4	20	11.6	
24 hours day	1st stage, non-vernalized	77	22.0	3	25.2	
	2nd stage, vernalized	62	20.1	13	17.4	
9 hours day	Non-vernalized	11	15.0	0	10.8	
	1st stage, vernalized	68	21.1	12	23.8	

Table 3.—Plants almost not Hardened, at the Age of 40 Days after Formation of the Rudimentary Ea

Natural day	1st stage, non-vernalized	58		10		
	Insufficiently vernalized	69		31		
	2nd stage, vernalized	28		0		
24 hours day	1st stage, non-vernalized	100		60		
	Insufficiently vernalized	100		92		
	2nd stage, vernalized	28		27		
9 hours ady	1st stage, non-vernalized	0		0		
	Insufficiently vernalized	0		0		
	1st stage, vernalized	0		0		

Table 4—Plants Hardened

Natural day	1st stage, non-vernalized	91	43.5	69	26.0	91
	2nd stage, vernalized	2	19.1	9	19.5	0
24 hours day	1st stage, non-vernalized	58	23.6	50	12.8	95
	2nd stage, vernalized	0	9.2	0	9.4	0
9 hours day	1st stage, non-vernalized	15	32.4	0	31.1	0
	2nd stage, vernalized	0	15.7	0	18.7	0

in plants or germinated seeds, a process of hardening takes place. On termination of the second phase of development, and formation of a rudimentary ear, the frost resistance of the plant sharply decreased (Table 3).

In the beginning of winter, the period of most intensive hardening, a sharp decrease of frost resistance was observed in plants in the second stage of development, as compared to those in the first (Table 4). This may be explained by the fact that in the second stage the process of hardening goes on poorly.

As may be seen from the above stated, the dependence of the degree of hardening on phasic development shows itself regularly in plants grown under conditions of different day length. Hardiness of a plant within the limits of one stage of development depends on hardening. The more hardened a plant, the greater its frost resistance.

The process of hardening in a plant takes place in different ways, in dependence on the conditions of development. Thus, vernalized plants grown under conditions of different day length, show a different frost resistance.

The influence of light on the resistance of a plant to adverse wintering conditions shows itself in two different ways. On the one hand, light in the complex of indispensable factors increases hardening, on the other (on a background of corresponding temperature), it accelerates the termination of the second phase of development and formation of the rudimentary ear, thus impairing the hardiness of a plant. The considerable per cent of perishing plants receiving a nine hour day, in comparison with those receiving a natural or an uninterrupted one, may be explained by poor hardening under conditions of a short day. An analysis of the sugar content of plants in different stages of development, grown under conditions of different day lengths, has revealed no regularity in the hardiness of a plant, in connexion with greater accumulation of sugars. A greater accumulation of sugars in spring (on May 9th, see Figure), observed in a series of cases in plants given a short day, as well as a smaller amount under conditions of an uninterrupted day (Table 1), does not characterize the hardiness of these plants.

From the data obtained the following conclusions may be drawn.

1. The principal factor in the general process of hardiness of plants is their phasic development.

2. Hardening of plants, being an important factor in the process of frost resistance, varies in dependence on stage and conditions of the development of a plant. Within the limits of one stage it varies in dependence on environmental conditions.

3. Our data, as well as those of Kuperman, Saltykovskij, etc., confirm the theory of F. Lysenko, pointing out the necessity of reconstructing plant breeding work with a view to obtaining more valuable hardy forms, on the basis of phasic development of plants.

All-Union Institute of Plant Industry.
Leningrad.

Received
5. XI. 1934.

Н. С. ПЕТИНОВ

ПУТИ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ЗЕРНА ОРОШАЕМЫХ ПШЕНИЦ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 20 XI 1934*)

Вопрос об управлении качеством орошаемых яровых пшениц имеет большой теоретический интерес и практическое значение, особенно в связи с заволжской проблемой, выдвигающей задачу получения устойчивого, высокого по количеству и качеству урожая на огромнейшей площади (около двух миллионов га) поливной пшеницы.

В литературе укрепилось мнение о снижении содержания белка зерна пшениц при орошении. Это мнение базируется на данных арычного способа полива. В агрономической литературе почти нет указаний на изучение сколько-нибудь значительного применения дождевания к культуре пшеницы.

К сожалению, и наши опытные станции до сего времени не занимались, за единичными исключениями, постановкой опытов с дождеванием. Выводы об отрицательном влиянии полива на качество зерна пшеницы делались на основе опытов с арычным орошением.

Лаборатория биохимии и физиологии растений (реорганизованная теперь в Институт физиологии растений — директор акад. А. А. Рихтер) Академии Наук СССР занимается разработкой вопроса об управлении качеством зерна поливных пшениц с 1932 г.

В нашей статье: „Управление качеством зерна орошаемых пшениц Заволжья“ (опубликовано в Докладах Академии Наук СССР, 1934, том II, № 6) уже указывалось на возможность увеличения белковости зерна пшениц при орошении путем регулирования сроков и количества поливов.

По инициативе Академии Наук СССР в лице ее лаборатории биохимии и физиологии растений летом 1934 г. были поставлены в полевых условиях на Ергеновском опытно-мелиоративном участке ВИОЗХ опыты сравнительного изучения влияния на качество зерна двух способов полива: арычного и дождевания, с применением различного удобрения. Для проведения опытов был взят участок с ровным рельефом, почва — темно-каштановая с гумусовым слоем в 20—25 см. Размер опытных делянок — 20 м², в четырехкратной повторности. Под опытом было 6 сортов яровых пшениц: *melanopus* 069, *hordeiforme* 010, *hordeiforme* 0189, *erythrospermum* 0841, *erythrospermum* 0841, Саррубра.

Большинство их этих сортов (первые четыре) нами изучались при постановке опытов предыдущих лет. На основе положительных результатов опытов 1932 и 1933 гг. была применена одна схема полива: 1-й полив (10 VI и 11 VI) в стадии стеблевания при норме 70 см насыщения почвы для арычного орошения и 50 см для дождевания; 2-й полив (28 VI и 29 VI) в стадии колошения при норме 50 см для обоих способов.

Удобрение вносилось: а) азотистое — в форме сернокислого аммония 80 кг на 1 га и б) фосфорнокислое — суперфосфат 90 кг на 1 га (в пересчете на азот и фосфор).

Имея в виду основную цель работы — выявление путей повышения белковости зерен — главное внимание мы сосредоточили на разных комбинациях норм и сроков внесения азотистого удобрения. Суперфосфат вносился только перед посевом. Удобрение вносилось в сухом виде в разброс в смеси с сырой землей (1 : 3).

Схема опыта (для каждого сорта)

1 — неудобренные делянки, без полива
2 — удобренные „ поливные арычным способом
3 — „ „ „ „ дождеванием
4 — P 90 N 50 перед посевом + N 30 перед 2-м поливом (арычн.)
5 — P 90 N 50 „ „ + N 30 „ 2-м „ (дождев.)
6 — P 90 N 50 „ „ + N 30 „ 1-м „ (арычн.)
7 — P 90 „ „ + N 80 „ 2-м „ (арычн.)
8 — P 90 N 80 перед посевом

Следует отметить, что весна 1934 г. была засушливой. В апреле выпало 12.9 мм осадков; в мае — 17.9 мм. Но почвы в это время имели достаточный водный запас. В июне наступил резкий перелом; прошли обильные дожди. В Ершовском районе за июнь выпало 62.2 мм осадков, в июле — 32.3 мм и в августе за первые 8 дней — 43 мм. Температура воздуха в июне оказалась в среднем ниже, чем в мае, что нужно считать вообще редким явлением. Майская засуха была не опасна для яровых пшениц. Хотя сухость воздуха замедляла развитие растительности, но сравнительно прохладная температура ночью давала возможность растениям легче переносить дневную жару. Июньские дожди ослабляли отрицательное действие жары и мглы. Орошаемые яровые пшеницы еще лучше перенесли напряженность метеорологических факторов, дав обильный урожай, доходивший в отдельных случаях до 43 ц с 1 га на удобренных делянках.

В настоящей работе приводятся данные, касающиеся химического состава зерна. В итоге проведенных анализов были получены следующие результаты.

Из приведенных данных видно, что:

1. Арычное орошение (без удобрения) снижает процент белка в зернах пшениц всех исследуемых сортов.

2. Орошение дождеванием (без удобрения), наоборот, дало во всех случаях (исключая сорт № 069) повышение процентного содержания как общего, так и белкового азота.

3. Внесение удобрений на фоне разных способов орошения значительно повысило процент белка в зернах пшениц. Например, Саррубра при дождевании дала 3.65% белка против 2.72% при арычном орошении; *hordeiforme* № 010 — при дождевании дала 3.73 против 3.36% при арычном орошении и т. д. В зависимости от способа орошения арычного или дождевания повышение процента белка было резко различно. Удобренные пшеницы при арычном орошении показали относительно небольшое увеличение белка по сравнению с неполивными неудобренными. Но при дождевании это увеличение было весьма значительно.

4. Сроки внесения азотистого удобрения также заметно сказались на белковости зерен. Лучшие результаты получены при двух сроках внесения азотистого удобрения: половина дозы перед посевом, а остальная часть перед 2-м поливом в стадии колошения. Запоздание внесения 2-й дозы удобрения (перед 1-м поливом в стадии стеблевания) вызывало понижение содержания белка. Менее эффективные результаты получены при одновременном внесении всей дозы удобрения (P N) перед посевом и в схеме: P перед посевом, N перед 2-м поливом (см. схему опытов 7 и 8).

5. У исследуемых сортов пшениц с достаточной резкостью выявляются различные индивидуальные особенности в поведении в условиях полива; их разные способности накоплять белок. Как и в прошлом году наилучшими сортами оказались: № № 010, 0841 и 0341. Наихудшим сортом — № 069.

Процентное содержание общего и белкового азота в зерне пшеницы при различном орошении и удобрении

Percentage of Total and Protein Nitrogen Content in Wheat Grain under Different Conditions of Irrigation and Fertilization

СОРТ VARIETY	Неудобренные неполивные Unirrigated and unfertilized		Неудобренные; поливные арычным способом Unfertilized; canal irrigation		Неудобренные; поливные дождеванием Unfertilized; spray irrigation		P 90 N 50 перед посевом + N 30 перед 2-м поливом арычным способом P 90 N 50 before sowing + N 30 before 2nd watering; canal irrigation		P 90 перед посевом + N 30 перед 2-м поливом дождеванием P 90 before sowing + N 30 before 2nd watering; spray irrigation		P 90 N 50 перед посевом + N 30 перед 1-м поливом арычным способом P 90 N 50 before sowing + N 30 before 1st watering; canal irrigation		P 90 перед посевом + N 80 перед 2-м поливом арычным способом P 90 before sowing + N 80 before 2nd watering; canal irrigation		P 90 N 80 перед посевом; полив арычным способом P 90 N 80 before sowing; canal irrigation	
	Общ. Total %	Белк. Protein %	Общ. Total %	Белк. Protein %	Общ. Total %	Белк. Protein %	Общ. Total %	Белк. Protein %	Общ. Total %	Белк. Protein %	Общ. Total %	Белк. Protein %	Общ. Total %	Белк. Protein %	Общ. Total %	Белк. Protein %
№ 069	3.40	2.94	3.10	2.36	3.29	2.86	3.48	3.14	3.68	3.32	3.46	3.08	3.44	3.05	3.39	3.0
№ 010	3.39	3.27	3.23	3.15	3.54	3.42	3.44	3.36	3.88	3.73	3.36	3.28	3.44	3.32	3.34	3.23
№ 0189	3.53	3.36	3.17	3.04	3.58	3.39	3.59	3.40	3.73	3.64	3.19	3.13	3.44	3.28	3.38	3.22
№ 0841	3.09	2.90	2.91	2.72	3.19	3.02	3.25	3.14	3.52	3.36	3.20	3.04	3.13	3.00	3.09	2.98
№ 0341	3.16	3.05	2.72	2.57	3.28	3.15	3.27	3.16	3.38	3.28	3.22	3.15	3.17	3.08	3.09	2.97
Саррубра Sarrubra	3.20	3.09	2.73	2.56	3.21	3.12	2.96	2.72	3.78	3.65	2.99	2.78	3.03	2.92	2.98	2.86

При комбинированном применении орошения с удобрением твердые сорта пшениц (№ № 069, 010, 0189) по содержанию белка заняли преимущественное положение по сравнению с мягкими.

Выводы

1. Данные наших опытов со всей очевидностью говорят о прямо противоположном влиянии двух различных способов орошения на накопление белка в зернах поливных пшениц. В то время как арычное орошение дает снижение белковости зерен, дождевание повышает ее при одновременном большом увеличении урожая.

2. Белковость зерен и урожайность еще больше возрастает при комбинировании орошения с удобрением. Но и в этом случае очевидные преимущества дает применение дождевания с удобрением.

3. Опыты и настоящего года подтвердили положительную оценку 2-поливной схемы, успешно применявшейся в опытах 1933 г. Первый полив следует применять в стадии стеблевания и второй — в период колошения при норме полива 50—70 см насыщения почвы.

4. Нельзя согласиться с высказываниями в агрономической литературе, о том, что полив определенно снижает процент белка в зернах пшениц. Вместе с тем нельзя примириться с предположениями о возможности получения орошаемых пшениц Заволжья с хотя бы незначительно сниженным качеством зерна. Несомненно мы можем получить высококачественное зерно наряду с большим урожаем, применяя дождевание с удобрением.

5. В условиях орошаемого земледелия чрезвычайно большое значение имеет выбор сортов, дающих наибольший эффект в отношении способности повышать белковость зерен наряду с высокой урожайностью. Наметившиеся в результате 3-летней работы лучшие сорта поливных пшениц следует подвергнуть углубленному изучению в целях выявления индивидуальных особенностей физиологического и биохимического поведения при орошении.

6. Для точного обоснования причин различного влияния двух способов орошения на белковость зерен необходимо провести комплексное изучение динамики почвенных и микробиологических процессов.

Институт физиологии растений
Академии Наук СССР. Москва.

Поступило
20 XI 1934.

PLANT PHYSIOLOGY

METHODS OF CONTROLLING THE GRAIN QUALITY OF IRRIGATED WHEATS

By N. PETINOV

(*Communicated by A. Richter, Member of the Academy, 20. XI. 1934*)

The problem of controlling the quality of irrigated spring wheats is of great theoretical interest and practical importance, especially in connexion with the Transvolga problem, that is the problem of producing stable yields, high in quantity and quality, over an immense territory (about 2 million hectares) of irrigated wheat.

The opinion that the protein content of wheat grain decreases with irrigation has become firmly established in literature. This opinion is based on data of the canal method of watering. In agricultural literature there are almost no indications of a study of spray irrigation of wheat on an extensive scale.

Unfortunately, our experimental stations have not as yet, with a few exceptions, engaged in experiments with spray irrigation. Conclusions on the unfavourable influence of watering on the quality of wheat grain were based on experiments with canal irrigation.

The Laboratory of Biochemistry and Plant Physiology (now reorganized into the Institute of Plant Physiology with A. Richter, Member of the Academy, as director) has been engaged since 1932 in the study of the problem of controlling the quality of the grain of irrigated wheats.

In our article 'Grain Quality Control of Irrigated Wheats of the Transvolga Areas' (published in Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS, vol. II, No 6, 1934) we indicated the possibility of increasing the protein content of wheat grain under irrigation by regulating the dates and quantity of watering.

On the initiative of the Laboratory of Biochemistry and Plant Physiology of the Academy of Sciences, experiments for comparative studies of the influence on grain quality of two methods of watering, the canal and spray methods, with the application of different fertilizers, were organized in the summer of 1934 in field conditions on the Ershov experimental plot. For these experiments a flat plot was chosen with a dark chestnut soil and a humus layer of 20—25 cm. The area of the experimental plots was 20 square metres. Six varieties of spring wheats were studied: *melanopus* 069, *hor ciforme* 010, *hordeiforme* 0189, *erythrospermum* 0842, *erythrospermum* 0341, *sarrubra*.

The majority of these varieties (the first 4) had been studied by us in our experiments of the preceding years. On the basis of the positive results of the experiments of 1932 and 1933 one watering schedule was applied: 1st watering (10. VI and 11. VI) during the shooting stage with a 70 cm norm of soil saturation for canal irrigation and a 50 cm one for spraying; the 2nd watering (28. VI and 29. VI) in the earing stage with a 50 cm norm for both methods.

The fertilizers used were: a) ammonium sulphate — 80 kg per hectare and b) superphosphate — 90 kg per hectare calculated in terms of nitrogen and phosphorus). As the main purpose of these experiments was to find means of raising the protein content of the grain, we concentrated our attention on different combinations of the quantities and dates of the introduction of nitrogen fertilizers. Superphosphate was introduced only before sowing. The fertilizers were introduced by scattering in a dry state with damp earth (1:3).

Plan of Experiment (for Each Variety)

1. Unfertilized plots, unirrigated
2. Fertilized „ irrigated by canals
3. „ „ „ by spraying
4. P 90 N 50 before sowing + N 30 before 2nd watering (canal irrigation)
5. P 90 N 50 „ „ + N 30 „ 2nd watering (spray irrigation)
6. P 90 N 50 „ „ + N 30 „ 1st watering (canal irrigation)
7. P 90 „ „ + N 80 „ 2nd watering (canal irrigation)
8. P 90 N 80 „ „

It should be noted that the spring of 1934 was droughty. There were 12.9 mm of atmospheric precipitation in April and 17.9 mm in May. But the soils had a sufficient water content at this time. A sharp change took place in June: the rainfall became abundant. There were 62.2 mm of precipitation in the Ershov district in June, 32.3 mm in July, and 43 mm in the first eight days of August. The temperature of the air in June was on an average less than that in May, which must be considered a rare phenome-

non. The May draught was not dangerous for the spring wheats. Although the dryness of the air retarded the development of plants, still the relatively cool night temperature helped the plants to endure the heat by day. The June rains mitigated the adverse effects of heat and haze. The irrigated spring wheats still better endured the intensity of metereological factors and gave abundant yields, attaining in individual cases up to 43 quintals per hectare on fertilized plots.

The present paper gives data on the chemical composition of the grain. The following results were obtained from the analyses performed (see p. 70).

The above data show that:

1. Canal irrigation (without fertilization) lowers the percentage of protein in the grain of all the wheat varieties investigated.

2. Spray irrigation (without fertilization), on the contrary, gave in all cases (with the exception of variety No 069) an increase in the percentage of total and protein nitrogen content.

3. The introduction of fertilizers in conjunction with different methods of irrigation increased the percentage of protein in wheat grain. So, Sarrubra, for instance, gave 3.65 per cent protein when sprayed as against 2.72 per cent when irrigated by canals; *hordeiforme* No 010 gave 3.73 per cent when sprayed as against 3.36 per cent when irrigated by canals, etc. The two methods of irrigation gave markedly different increase in percentage of protein. Fertilized wheats with canal irrigation showed a relatively small increase in the protein content as compared with unirrigated and unfertilized wheats. But in the case of sprayed wheats this increase was very considerable.

4. The dates of the introduction of nitrogen fertilizer also influence the protein content of grain. The best results are obtained with two dates of nitrogen fertilization: half the dose before sowing and the remainder before the 2nd watering in the earing stage. A delay in the introduction of the 2nd part of the fertilizer (before the 1st watering in the shooting stage) caused a lowering of the protein content. A simultaneous introduction of the whole amount of fertilizer (P N) before sowing or the introduction of P before sowing + N before the 2nd watering (See Plan of Experiment) gave less favourable results.

5. The investigated wheat varieties manifested with sufficient distinctness the different individual peculiarities of their behaviour under conditions of irrigation, their individual powers of accumulating protein. The best varieties were found to be the same as those of last year, namely No 010, No 0841, and No 0341. The least favourable results were shown by No 069. In the case of combined irrigation and fertilization, the hard wheat varieties (Nos 069, 010, 0189) showed better results as regards protein content compared to the soft varieties.

Conclusions

1. The data of our experiments quite clearly demonstrate the influence of the two different methods of irrigation on protein accumulation in the grain of irrigated wheats. While canal irrigation lowers the protein content of grain, spray irrigation heightens the protein content, simultaneously with a large general increase of the yield.

2. The protein content and the yield are increased still more by combining irrigation and fertilization. But in this case also, a combination of spraying and fertilization gives obviously better results.

3. The experiments of the current year confirm the favourable estimation of the two-watering schedule which was applied with success in the experiments of 1933. The first watering must be applied in the shooting stage and the second in the earing stage with a watering norm of a 50 to 70 cm saturation of the soil.

4. It is impossible to agree with the views current in agricultural literature that watering definitely lowers the protein content of wheat grain. It is likewise impossible to reconcile oneself to the idea of cultivating irrigated wheats in the Transvolga areas with a lowering, however insignificant, of grain quality. We can undoubtedly produce both high quality grain and high yield by applying spraying and fertilization.

5. Under conditions of irrigated cultures it is most important to be able to select varieties having the greatest capacity of raising protein content of grain and at the same time producing high yields. The best varieties of irrigated wheats must be now subjected to detailed investigations in order to cast light on the individual peculiarities of their physiological and biochemical behaviour under irrigation conditions.

6. In order to ascertain the causes of the different effect of the two methods of irrigation on the protein content of grain, it is necessary to carry out a complex study of the dynamics of the microbiological and soil processes involved.

Institute of Plant Physiology,
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
20. XI. 1934.

ЗООЛОГИЯ

Е. П. СЛАСТЕНЕНКО

МОРСКИЕ ЕРШИ (*SCORPAENA*) ЧЕРНОГО МОРЯ

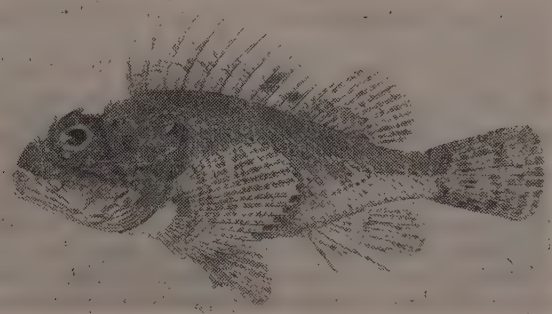
(*Представлено академиком С. А. Зерновым 13 XI 1934*)

Морские ерши по литературным данным и нашим исследованиям в Черном море представлены двумя видами: *Scorpaena porcus* L. *и Scorpaena scrofa* L. Как известно, морские ерши по происхождению являются видами средиземноморскими, мигрировавшими в недавнем геологическом прошлом через Дарданеллы и Босфор. За последнее время исследователи фауны рыб Черного моря не находили из указанных видов *Scorpaena scrofa* L., и в дальнейших работах наших ихтиологов об этом виде не упоминается. Причиной этому является неточность определения этих видов. При определении их доискивались соответствующих свойственных типичным формам признаков. Но, как известно, Черное море, воспринявшее фауну рыб Средиземного моря, отличается по своему режиму от последнего, а раз это так, то эти условия, новые для проникших сюда видов, не могли, конечно, на них не сказаться. Это подтверждается описанием ряда новых форм, видов, подвидов и более низших таксономических единиц, происшедших от средиземноморских.

Как показали мои исследования, *Scorpaena scrofa* L. Черного моря не имеет вовсе развитых кожных лопастей на нижней челюсти, этот признак отсутствует не только у черноморской формы *Scorpaena scrofa*, но и у некоторых экземпляров из Средиземного моря; так, в коллекциях Зоологического института Академии Наук СССР имеются экземпляры как с ясно выраженными кожными придатками на нижней челюсти, на которые при определении в первую очередь обращают внимание (№ 930 Nizza, № 11096 Rapallo, № 3374 M. Adriaticum), так на ряду с этим имеются

экземпляры, у которых отсутствуют вовсе эти придатки (№ 1874 Algeria, № 482 Madeira).

Следовательно в Средиземном море имеются две формы *Scorpaena scrofa*: одна с наличием кожных лопастей на нижней челюсти и другая, у которой этот признак отсутствует; отсюда следует полагать, что наша форма *Scorpaena scrofa* тождественна одной из средиземноморских. Имея в виду эту особенность описанной здесь формы (отсутствие кожных лопастей на нижней челюсти), я и выделяю ее в особую форму — *Scorpaena scrofa* isp. *afimbria*. Вопрос о том, была ли когда-нибудь в Черном море типичная форма *scrofa*, остается открытым.



Scorpaena scrofa afimbria nova sp.
Черное море, Геленджик, 1928 г.
Black Sea, Gelenjik, 1928.

Обнаружение *Scorpaena scrofa* в Черном море представляет не только систематический интерес, но также и биологический. Так, из последней работы В. Водяницкого (1930 г., по литературным данным) нам известно, что личинки *Scorpaena scrofa* мигрируют в Средиземном море до глубины 200 м, тогда как в Черном море граница жизни вообще не достигает до глубины 200 м. В. Водяницкий, ввиду отсутствия надежных данных о распространении *Scorpaena scrofa* в Черном море, полагал, что последняя не натурализировалась здесь по причине миграции ее личинок на глубину, ниже границы жизни в Черном море. Возможно, что описанная здесь новая форма и по своим биологическим особенностям отличается от типичной *Scorpaena scrofa*.

Род SCORPAENA Linné

Scorpaena Linné, Syst. Nat., 1758, p. 266 (typus: *Scorpaena porcus*).

Тело покрыто сравнительно крупной чешуей, расположенной правильными, почти вертикальными поперечными рядами или более мелкой чешуей с менее выраженными рядами. Голова большая с вдавленным в виде борозды лбом, голой ямкой на затылке, с многочисленными шипами, направленными в разные стороны, и развитыми кожными придатками, как на голове, так и глазах, образуя глазные щупальцы. Голова, грудь от горла до задней части основания брюшных плавников, а также места под грудными плавниками и их основания, голые или же голые только голова, основания *P* и грудь. Самые длинные лучи колючей части спинного плавника 3—5. В анальном плавнике наиболее длинный 2-й

колючий луч, который гораздо более 3-го колючего луча, или почти равен последнему. На нижней челюсти снизу нет кожных придатков, или таковые есть. На теле вдоль боковой линии и в других местах кожные придатки развиты. Зубы в полости рта мелкие, многочисленные. Лучей в спинном плавнике XI—XII 9—11. Чешуй в боковой линии 24—30. Чешуй в squ. 45—70.

а) Чешуя на теле мелкая. Squ. до 70 . . . . . *Sc. porcus*,

аа) Чешуя на теле более крупная. Squ. до 50 . . . . . *Sc. scrofa afimbria*.

Scorpaena porcus Linné,

Scorpaena porcus Linné, Syst. nat., 1758, p. 266; Pallas, Zoogr. Rosso-Asiat, III, 1811, p. 240; Дрѣнски. Принос к рибната фауна на Черно море, 1921, p. 96 (у берегов Болгарии).

D XI (XII) I (9) 10 (II), *A* III (4) 5 (6), *P* I 15—16, *V* I 5, *ll.* 24 $\frac{9—10}{20—24}$ 30, squ. до 70. Тело покрыто мелкой чешуей слегка налегающей друг на друга, на хвостовом стебле $\frac{6—8}{7—9}$ поперечных чешуй. Голова, грудь вдоль до заднего края основания брюшных плавников, под брюшными и грудными плавниками голые. Длина головы больше ее ширины и высоты тела, и в длине всего тела укладывается 3 раза. Длина рыла в длине головы содержится 3—4 раза, а ширина межглазничного пространства 5—7 раз в той же длине. Длина рыла более продольного диаметра глаза, который меньше высоты хвостового стебля. Поперечный диаметр глаза менее продольного. Впереди глаз две пары ноздрей, из коих передняя с лопастинками. Брюшные плавники достигают анального отверстия или начала анального плавника. На нижней челюсти снизу нет кожных придатков. Кожные придатки развиты вдоль боковой линии на голове, а также на теле в виде лопастей или волосков. Глазные щупальцы небольшие, надглазничные щупальцы сильно развиты. Наиболее длинные колючие лучи спинного плавника 3, 4 и 5-й, длина их менее половины длины головы. В анальном плавнике самый длинный 2-й колючий луч, почти равный 3-му лучу, и длина его равна около $^1/_3$ длины головы. Спинной плавник состоит из колючей части и мягкой более высокой. Последние колючие лучи спинного плавника ниже передних и образуют как бы вырезку между колючей и мягкой частями. Голова большая, в передней части приплюснутая, с вдавленным лбом, голой с бугорками ямкой на затылке и многочисленными прилегающими шипами, направленными в разные стороны (преимущественно назад). Тело слегка сжатое с боков, бурого цвета, с большими черными пятнами и точками.* Иногда со слабо выраженными расплывчатыми поперечными полосами. Такие же полосы на хвостовом и анальном плавниках, последний не округлен. Спинной плавник с бурыми продольными полосами и иногда с двумя черными пятнами на перепонках последних колючих лучей. Перепонки грудных и брюшных плавников черные или серые, лучи с поперечными бурыми или черными полосками и пятнами. Нижняя чать головы более светлая, чем верхняя, и с белыми точками и полосками или же без пятен. Длина до 30 см. Распространена: в Черном море у берегов Крыма, Кавказа, Турции, Болгарии и северо-западной его части; в Азовском море и Керченском проливе; в Средиземном и Мраморных морях и Атлантическом океане. От *Scorpaena scrofa* typ. отличается отсутствием кожных лопастей на нижней челюсти, величиной чешуй и количеством поперечных рядов чешуй.

* Встречаются альбиносы совершенно белые (под влиянием паразитов).

Scorpaena scrofa infraspecies **afimbria** n.

Scorpaena scrofa Linné, Syst. Nat., 1758, p. 266 (ex parte); Günther, Cat. Fish. II, 1860, p. 108; Carus, Prodr. Faun. Medit., II, 1889, p. 639.

D XI I 9, *A* III 5, *P* I 17, *V* I 5, 11 24 $\frac{5-6}{10-11}$ 25, squ. до 50. Тело покрыто более крупной чешуей, плотно прилегающей одна к другой, расположенной поперечными почти вертикальными рядами; на хвостовом стебле $\frac{3-4}{3-4}$ поперечных чешуй. Голова, грудь, основания грудных и брюшных плавников голые, но места под грудными и брюшными плавниками покрыты чешуей, чем отличается от предыдущего вида. Длина головы гораздо более ее ширины и высоты тела и в длине тела укладывается около трех раз. Межглазничное пространство в виде голой борозды, и ширина его укладывается 6—7 раз в длине головы. Глаза большие, сферические, продольный их диаметр равен поперечному, более длины рыла и почти равен высоте хвостового стебля. На нижней челюсти снизу нет придатков, на теле вдоль боковой линии и в других местах, на голове у шипов, такие придатки есть. Глазные и надглазничные щупальцы слабо развиты. 3, 4 и 5-й колючие лучи спинного плавника самые длинные, и длина их около двух раз в длине головы. В анальном плавнике самый длинный 2-й колючий луч, длина которого гораздо более длины 3-го колючего луча и составляет от $^1/_3$ до $^1/_2$ длины головы. В спинном плавнике колючая часть выше, реже равна мягкой. Голова большая, с сильно вдавленным лбом и глубокой голой ямкой на затылке с двумя парами острых шипов сзади ее и одной парой спереди. Шипы на голове более острые, чем у предыдущей формы. Тело, более сжатое с боков, чем у предыдущего вида, желтовато-бурого цвета. Нижняя часть головы, грудь, основания грудных и брюшных плавников желтые, без пятен, верхняя часть тела и головы бурого цвета. Грудные, хвостовой и спинной плавники с бурыми полосками. Между 8—9 и 10—11 лучами колючей части спинного плавника по бурому пятну. Брюшные и анальный плавники в единичных мелких бурых точках. Перепонки лучей светлые. Длина до 30 см. В остальном не отличается от предыдущего вида. В Черном море редкая форма. Встречается у Геленджика, Балаклавы и в Стрелецкой бухте (Севастополь). В Средиземном море (Algeria, Madeira). От *Scorpaena scrofa* typ. отличается отсутствием кожных лопастей на нижней челюсти, количеством лучей в *D*, чешуй над боковой и подбоковой линией и др. признаками. Типичная форма имеет более широкий ареал распространения: она водится, кроме Средиземного моря, также в Атлантическом океане. В Черном море типичная форма не известна.

Зоологический институт
Академии Наук СССР,
Ленинград.

Поступило
13 XI 1934.

THE SCORPAENA OF THE BLACK SEA

By E. SLASTENENKO

(*Communicated by S. Zernov, Member of the Academy, 13. XI. 1934*)

The genus *Scorpaena*, according to data from the literature and our own investigations, contains in the Black Sea two species: *Scorpaena porcus* L. and *Scorpaena scrofa* L.

As my investigations have shown, *Scorpaena scrofa* L. of the Black Sea has no cutaneous appendages on the lower jaw. This character is absent not only in the Black Sea forms of *Scorpaena scrofa* but in several Mediterranean specimens. Thus in the collections of the Zoological Institute, Academy ot Sciences of the USSR, there are specimens both with well developed cutaneous appendages on the lower jaw, to which attention is drawn first of all in determining the species (No 930 Nizza, No 11096 Rapallo, No 3374, the Adriatic Sea), and along with these there are specimens which entirely lack these appendages (No 874 Algeria, No 482 Madeira).

Consequently, in the Mediterranean Sea, there are two forms of *Scorpaena scrofa*, one with cutaneous appendages on the lower jaw and the other without them. Hence it is to be supposed that our form of *Scorpaena scrofa* is identical with one of the Mediterranean forms. Having in view this characteristic of the form described here (absence of cutaneous appendages on the lower jaw), I separate it as a new infraspecies, *Scorpaena scrofa* isp. *afimbria*. The question of whether the typical form of *Scorpaena scrofa* was ever in the Black Sea is an open one.

The occurrence of *Scorpaeno scrofa* in the Black Sea presents not only a classificatory interest but also a biological one. Thus from the last works of V. Vodianicki (1930, according to literature data) we know that the larvae of *Scorpaena scrofa* migrate in the Mediterranean Sea to the depth of 200 metres, while in the Black Sea the limit of life in general does not reach the depth of 200 metres. V. Vodianicki, in view of the absense of reliable data on the distribution of *Scorpaena scrofa* in the Black Sea, advanced the hypothesis that the latter has not been naturalized here on account of the migration of its larvae to a depth lower than the limit of life in the Black Sea. It is possible that the new form described here also differs in its biological characteristics from the typical *Scorpaena scrofa*.

SCORPAENA Linné

Scorpaena Linné, Syst. Nat., 1758, p. 266 (typus: *Scorpaena porcus*).

Body covered with comparatively large scales arranged in regular almost vertical transverse rows or with small scales arranged in less distinct rows. Head large, interorbital space hollow, a naked pit on the occiput, numerous spines pointing in all directions, well-developed cutaneous appendages, both on the head and the eyes, forming ocular tentacles. Head, breast from throat to the posterior part of the base of the ventral fins, and likewise the places under the pectoral fins and their bases are naked, or else only head and breast are naked. The longest rays of the spiny portion of the dorsal fin are the third and the fifth. In the anal fin the longest spiny ray is the second, which is much longer than the third or almost equal to it. Below the lower jaw there may be cutaneous appendages. The cutaneous

appendages are developed on the body along the lateral line and at other places. The teeth in the oral cavity are small and numerous. *D* XI—XII 9—11. Lateral line 24—30. Squ. 45—70.

a) Scales small, squ. up to 70 . . . . . *Sc. porcus*
aa) Scales larger, squ. up to 50 . . . . . *Sc. scrofa afimbria*

Scorpaena porcus Linné

Scorpaena porcus Linné, Syst. nat., 1758, p. 266; Pallas, Zoogr. Rosso-Asiat., III, 1811, p. 240; Drensky. Contribut. à l'étude des poiss. de la Mer Noire, 1921, p. 96 (near the coast of Bulgaria).

D XI (XII) I(9) 10(II), *A* III (4) 5 (6), *P* I 15—16, *V* I 5, *ll.* 24 $\frac{9—10}{20—24}$ 30, squ. up to 70. Body covered with small slightly imbricated scales, on the caudal peduncle $\frac{6—8}{7—9}$ trasverse scales. Head, breast to the posterior extremity of the base of the ventral fins, and under the ventral and pectoral fins naked. The length of the head is greater than its width and depth of body, and is contained in the total length 3 times. The length of the snout is contained in the length of the head 3 to 4 times, while the width of the interorbital space is contained in it 5—7 times. The length of the snout is greater than the longitudinal diameter of eye, which is less than the height of the caudal peduncle. Tranverse diameter of the eye is less than the longitudinal. In front of the eyes there are two pairs of nostrils, of which the anterior has tentacles. Ventrals reach the anus or the beginning of the anal. Below the lower jaw there are no cutaneous appendages. Cutaneous appendages are developed along the lateral line and on the head, likewise on the body in the form of lobes or hairs. Ocular tentacles are not large, supra-ocular antennae are strongly developed. The longest spiny rays of the dorsal fin are the third, fourth, and fifth, their length being less than half the length of the head. In the anal the longest second spiny ray is almost equal to the third ray, and its length is equal to about $^1/_3$ the length of the head. The dorsal consists of a spiny part and a higher soft part. The last spiny rays of the dorsal are much lower than those anterior to them and form as it were an indentation between the spiny and the soft ports. Head large, flattened in the anterior portion, with hollow interorbital space, naked pit with tubercles on the occiput, and numerous adjacent spines directed in various ways (mostly backwards). Body slightly laterally compressed, of brown colour, with large black spots and dots.* Sometimes weakly developed indistinct transverse bands. Such bands are found on the caudal and anal fins; the latter not rounded. Dorsal fin with brown longitudinal bands and sometimes two black spots on the membrane of the last spiny rays. The membranes of pectoral and ventral fins are black or gray, the rays have transverse brown or black bands and spots. Length up to 30 cm. Distribution: the Black Sea off the coasts of the Crimea, the Caucasus, Turkey, Bulgaria, and its north-western part; the Azov Sea and the Kerch Strait. The Mediterranean Sea, the Sea of Marmora, and the Atlantic. This form is distinguished from *Scorpaena scrofa* typ. by the absence of cutaneous appendages on the lower jaw, the size of scales, and the number of transverse rows of scales.

* Perfectly white albinos are encountered (under the influence of parasites)

Scorpaena scrofa infraspecies afimbria n.

Scorpaena scrofa Linné, Syst Nat., 1758, p. 266 (ex parte); Günther, Cat. Fish., II, 1860, p. 108; Carus Prodr. Faun. Medit., II, 1889, p. 639 (the Mediterranean Sea).

D XI. I 9, *A* III 5, *P* I 17, *V* I 5, l. l. 24 $\frac{5-6}{10-11}$ 25, squ. to 50. Body covered with rather large scales, closely imbricated, disposed in tranverse, almost vertical rows; there are $\frac{3-4}{3-4}$ transvers scales on caudal peduncl. Head, breast, bases of the pectoral and ventral fins are naked, but the places under the pectoral and ventral fins are covered with scales, by which the fish is distinguished from the foregoing species. Length of head is much greater than its width and the depth of the body and is contained about three times in the body length. The interorbital space has the form of a naked furrow, and its width is contained 6 to 7 times in the length of head. The eyes are large, spherical, their longitudinal diameter is equal to the transverse, longer than the snout, and almost equal to the height of the caudal peduncle. There are no cutaneous appendages underneath the lower jaw; on the body along the lateral line and other places, on the head at the base of the spines there are such appendages. The ocular and supraocular tentacles are weakly developed. The third, fourth, and fifth spiny rays of the dorsal are the longest; their length is about 2 times the length of the head. In the anal the second spiny ray is the longest, the length of which is much greater than the length of the third spiny ray and is from $^1/_3$ to $^1/_2$ the length of the head. In the dorsal the spiny portion is higher, more rarely as high as the soft. Head large, with strongly hollowed interorbital space and a deep naked pit on the occiput with two pairs of posterior and one pair of anterior sharp spines. Spines on the head are sharper than in the foregoing form. Body of a yellow-brown colour, more compressed at the sides than in the foregoing species. Lower part of the head, breast, bases of pectorals and ventrals are yellow and without spots; upper part of the body and head is of a brown color. Ventral, caudal, and dorsal fins with brown bands. Brown spots between the 8th and 9th and the 10th and 11th rays of the spiny part of dorsal. Ventrals and anal occasionally with small brown spots. The membranes between the rays are light-coloured. Length up to 30 cm; in other respects, not distinguished from the foregoing species. A rare form in the Black Sea. Found at Gelenjik, Balaklava, and Sebastopol. The Mediterranean (Algeria, Madeira). From *Scorpaena scrofa* typ. is distinguished by the absense of cutaneous appendages on lower jaw, number of rays in *D*, number of scales above and below the lateral line, and other characters. The typical form has wider distribution: it inhabits the Atlantic as well as the Mediterranean. In the Black Sea the typical form is unknown.

Institute of Zoology,
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
13. XI. 1934.